

التمرين الأول 5 ن

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sqrt{1-\cos(x)}}{x} ; (x > 0) \\ f(x) = \frac{1-\sqrt{x^2+1}}{mx^2} ; (x < 0) \end{cases} \quad (m \in \mathbb{R}^*)$$

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

(1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f . (ن1)

(2) أ - أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$ و (ن0.5)

ب - حدد m علما أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x) = \lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$. (ن1)

(3) أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (ن1)

(4) أ - أثبت أن : $0 \leq f(x) \leq \frac{\sqrt{2}}{x}$ ($\forall x > 0$) . (ن1)

ب - أستنتج قيمة النهاية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (ن0.5)

التمرين الثاني 5 ن

$$f(x) = \frac{1}{E\left(\frac{3-x}{x}\right)}$$

نعتبر الدالة f المعرفة بما يلي :

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f . (ن1)

(2) أ - تحقق أنه لكل D_f من : $\frac{3-2x}{x} < E\left(\frac{3-x}{x}\right) \leq \frac{3-x}{x}$. (ن1.5)

ب - أحسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow 0^+} E\left(\frac{3-x}{x}\right)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^-} E\left(\frac{3-x}{x}\right)$. (ن1.5)

(3) هل الدالة f تقبل نهاية منتهية في الصفر؟ علل جوابك . (ن1)

التمرين الثالث 10 ن

أحسب النهايات التالية :

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} (-x(x-1) + (2x-1)^2) \quad (2) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \sqrt{4x^2 + 2x - 1} - x + 3 \quad (1)$$

$$\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{(x-1)^2 (x+1)^2}{3x^2 - x + 1} \quad (4) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{\sqrt{2x^3 - x} + 7}{2 - x^3} \quad (3)$$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{\tan(6x) - \tan(3x)}{x^2} \quad (6) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(2x^2)}{x^4} \quad (5)$$

$$\lim_{x \rightarrow 1} (2 - 3x + x^2) \tan\left(\frac{\pi}{2} x\right) \quad (8) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow \left(-\frac{5}{2}\right)^-} \frac{\sqrt{2x^2 + 3x - 5}}{25 - 4x^2} \quad (7)$$

$$\lim_{x \rightarrow -\sqrt{7}} E(x) \quad (10) \quad , \quad \lim_{x \rightarrow +\infty} \left(\frac{\sqrt{x} - x}{x\sqrt{x} + 1} - \frac{1}{x - \sqrt{x}} \right) \quad (9)$$

التمرين الأول 5 ن

$$\begin{cases} f(x) = \frac{\sin(x^2)}{\sqrt{1+x^2}-1}; (x < 0) \\ f(x) = \frac{x - \sqrt{x} - 2}{x+1}; (x \geq 0) \end{cases}$$

نعتبر الدالة f المعرفة كما يلي :

(1) حدد D_f حيز تعريف الدالة f . (ن1)

(2) أ - بين أن : $(\forall x < 0) : f(x) = \frac{\sin(x^2)}{x^2} (1 + \sqrt{1+x^2})$ (ن0.5)

ب - أحسب النهايتين $\lim_{x \rightarrow 0^-} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 0^+} f(x)$. هل f تقبل نهاية في الصفر؟ علل جوابك . (ن2)

(3) أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (ن0.5)

(4) أ - أثبت أن : $(\forall x < 0) : \frac{-1}{\sqrt{1+x^2}-1} < f(x) < \frac{1}{\sqrt{1+x^2}-1}$ (ن0.5)

ب - أستنتج قيمة النهاية : $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (ن0.5)

التمرين الثاني 5 ن

لتكن الدالة العددية المعرفة على بما يلي :

$$f(x) = \frac{\sqrt{|x| - E(x)}}{x^2}$$

(1) حدد D_f مجموعة تعريف الدالة f . (ن1)

(2) ليكن k عدد صحيحا نسبيا غير منعدم .

أ - أدرس نهاية الدالة على اليمين ثم على اليسار في النقطة k . (ندرس الحالتين $k > 0$ و $k < 0$) (ن1)

ب - بين أن لكل x_0 من المجال $]k; k+1[$ الدالة تقبل نهاية في x_0 (ن1)

(3) بين أنه لكل x من المجال $]0; +\infty[$: $0 \leq f(x) < \frac{1}{x^2}$ و أستنتج $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$. (ن1)

(4) بين أنه لكل x من المجال $] -\infty; 0[$: $0 \leq f(x) < \frac{\sqrt{1-2x}}{x^2}$ و أستنتج $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$. (ن1)

التمرين الثالث 10 ن

أحسب النهايات التالية :

(1) $\lim_{x \rightarrow +\infty} (1 - 5x + \sqrt{2x^2 + 3x - 7})$, (2) $\lim_{x \rightarrow -\infty} 2x^3 + (x^2 - 1)(1 - 3x)$

(3) $\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x^4 - x + 1}{-x^3 + x - 6}$, (4) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{3x - x^4 + x(1 - 5x^4)}{(x^2 + 1)(1 - 3x^3)}$

(5) $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{1 - \cos(9x)}{x^2}$, (6) $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(6x) - 2\sin(3x)}{x^2}$

(7) $\lim_{x \rightarrow (-2)^-} \frac{\sqrt{x^2 + x - 2}}{4 - x^2}$, (8) $\lim_{x \rightarrow \frac{\pi}{4}} \frac{\sin(x) - \cos(x)}{x + x \cos(4x)}$

(9) $\lim_{x \rightarrow 0^+} \left(\frac{1}{\sqrt{x+x}} - \frac{2-x}{\sqrt{x}} \right)$, (10) $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} E(x)$