امتحانات موحدة وطنية وتصحيحها

2008- 2009- 2010- 2011

في مادة :

الرياضيات

السنة الثانية من سلك الباكالوريا

شعبة العلوم التجريبية

- مسلك علوم الحياة و الأرض
- مسلك العلوم الفيزيائية
- مسلك العلوم الزراعية

شعبة العلوم و التكنولوجيات الصناعية

- مسلك العلوم والتكنولوجيات الميكانيكية
- مسلك العلوم والتكنولوجيات الكهربائية

قام بتجميعها : الأستاذ محمد الكيال

الفهرس

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي

الامتحان الوطني الموحد لنيل شهادة البكالوريا
الإطار المرجعي لاختبار مادة الرياضيات -2010-
شعبة العلوم التجريبية و شعبة العلوم و التكنولوجيات

المجال الرئيسي الأول : التحليل

المجال الفرعي الأول : المتتاليات العددية

1.1.1. استعمال المتتاليات الهندسية والمتتاليات الحسابية في دراسة أمثلة من متتاليات من الشكل: $u_{n+1} = au_n + b$ و $u_{n+1} = \frac{au_n + b}{cu_n + d}$؛

2.1.1. استعمال نهايات المتتاليات المرجعية ومصاديق التقارب لتحديد نهايات متتاليات عددية؛

3.1.1. تحديد نهاية مركب متتالية و دالة متصلة (متتاليات من النوع $v_n = f(u_n)$)؛

4.1.1. تحديد نهاية متتالية (u_n) متقاربة من الشكل $u_{n+1} = f(u_n)$ حيث f دالة متصلة على مجال I وتحقق $f(I) \subset I$ ؛

5.1.1. استعمال المتتاليات في حل مسائل متنوعة.

المجال الفرعي الثاني: الاتصال والاشتقاق ودراسة الدوال

1.2.1. دراسة اتصال دالة عددية في نقطة باستعمال حساب النهايات؛

2.2.1. تحديد صورة قطعة أو مجال (محدود أو غير محدود) بدالة متصلة و بدالة متصلة و رتيبة قطعا؛

3.2.1. تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية في دراسة بعض المعادلات و المتراجحات أو دراسة إشارة بعض التعابير ...؛

4.2.1. تطبيق مبرهنة القيم الوسيطية ومبرهنة الدالة التقابلية في حالة دالة متصلة و رتيبة قطعا على مجال، لإثبات وحدانية حل المعادلة $f(x) = \lambda$ ؛

5.2.1. دراسة قابلية اشتقاق دالة عددية في نقطة و على مجال ؛

6.2.1. تحديد الدالة المشتقة لدالة عددية؛

7.2.1. تحديد رتابة دالة ؛

8.2.1. تحديد إشارة دالة انطلاقا من جدول تغيراتها؛

9.2.1. تحديد إشارة دالة انطلاقا من تمثيلها المبياني؛

10.2.1. الحل المبياني لمعادلات من الشكل $f(x) = g(x)$ ومتراجحات من الشكل $f(x) \le g(x)$ ؛

11.2.1. تحديد مشتقة ورتابة الدالة العكسية لدالة متصلة ورتيبة قطعا على مجال، وتمثيلها مبيانيا؛

12.2.1. حل مسائل تطبيقية حول القيم الدنوية و القيم القصوية؛
13.2.1. توظيف الدالة المشتقة الأولى و الدالة المشتقة الثانية في دراسة دالة عددية و في إثبات بعض المتفاوتات ....؛

14.2.1. دراسة دوال أو دوال مركبة من بين الدوال الواردة بالمقرر وتمثيلها مبيانيا (مجموعة التعريف، عناصر التماثل، الدورية، الرتابة، الفروع اللانهائية، المماسات، التقعر، نقط الانعطاف...)؛

<u>المجال الفرعي الثالث : الدوال الأصلية</u>

1.3.1. تحديد الدوال الأصلية للدوال الاعتيادية؛

2.3.1. استعمال صيغ الاشتقاق لتحديد الدوال الأصلية لدالة على مجال.

<u>المجال الفرعي الرابع : الدوال اللوغاريتمية والأسية</u>

1.4.1. التمكن من الحساب الجبري على اللوغاريتمات؛

2.4.1. التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات لوغاريتمية ؛

3.4.1. معرفة وتطبيق اللوغاريتم العشري (خاصة في حل المعادلات من نوع $10^x = a$)؛

4.4.1. التمكن من النهايات اللوغاريتمية الأساسية وتطبيقها؛

5.4.1. التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي على الدالة اللوغاريتمية النبيرية؛

6.4.1. التمكن من حل معادلات ومتراجحات ونظمات أسية نبيرية؛

7.4.1. التمكن من نهايات الدالة الأسية النبيرية الأساسية وتطبيقها؛

8.4.1. التمكن من دراسة وتمثيل دوال تحتوي صيغها على الدالة الأسية النبيرية ودالة اللوغاريتم النبيري.

<u>المجال الفرعي الخامس : المعادلات التفاضلية</u>

1.5.1. حل المعادلة $y' = ay + b$ ؛

2.5.1. حل المعادلة $y'' + ay' + by = 0$.

<u>المجال الفرعي السادس : الحساب التكاملي</u>

1.6.1. توظيف الدالة الأصلية و تقنية المكاملة بالأجزاء في حساب تكامل دالة؛
2.6.1. توظيف خاصيات التكامل؛
3.6.1. حساب مساحة حيز المستوى المحصور بين منحنيين؛

4.6.1. حساب حجم المجسم المولد بدوران منحنى دالة حول محور الأفاصيل.

المجال الرئيسي الثاني : الجبر والهندسة

المجال الفرعي الأول : . الجداء السلمي في V_3

1.1.2. التعبير والبرهنة على تعامد متجهتين باستعمال الجداء السلمي؛

2.1.2. التعبير متجهيا عن التعامد وخاصياته؛

3.2.1. التعبير تحليليا عن التعامد وخاصياته.

المجال الفرعي الثاني : تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء

1.2.2. تحديد معادلة مستوى معرف بنقطة ومتجهة منظمية؛

2.2.2. تحديد تمثيل برامتري لمستقيم مار من نقطة وعمودي على مستوى؛

3.2.2. **دراسة مجموعة النقط $M(x,y,z)$ بحيث : $x^2+y^2+z^2+ax+by+cz+d=0$**

4.2.2 تحديد معادلة ديكارتية لفلكة محددة بمركزها وشعاعها؛

5.2.2 التعرف على مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق العلاقة: $\overrightarrow{MA}\cdot\overrightarrow{MB}=0$ ؛

6.2.2. **توظيف مسافة نقطة عن مستوى في حل مسائل هندسية (الأوضاع النسبية لمستوى و فلكة و لمستقيم و فلكة...).**

المجال الفرعي الثالث : الجداء المتجهي

1.3.2. حساب مساحة مثلث باستعمال الجداء المتجهي؛

2.3.2. تحديد معادلة مستوى محدد بثلاث نقط غير مستقيمية؛

3.3.2. توظيف مسافة نقطة عن مستقيم في حل مسائل هندسية ؛

4.3.2. تطبيق الجداء المتجهي في حل مسائل هندسية .

المجال الفرعي الرابع : الأعداد العقدية

1.4.2. التمكن من الحساب الجبري على الأعداد العقدية **(في كل من كتاباتها الجبرية و المثلثية و الأسية)؛**

2.4.2. الانتقال من الكتابة الجبرية إلى الكتابة المثلثية لعدد عقدي والعكس؛

3.4.2. إخطاط حدانيات مثلثية باستعمال الترميز الأسي لعدد عقدي؛

4.4.2. ترجمة المفاهيم الهندسية التالية: المسافة بين نقطتين، قياس الزوايا، ، استقامية النقط، استقامية وتعامد المتجهات، باستعمال الأداة العقدية؛

5.4.2. التعبير عقديا عن الإزاحة و التحاكي و الدوران ؛

6.4.2. **التعرف على الإزاحة و التحاكي و الدوران من خلال صيغها العقدية؛**

7.4.2. توظيف الأعداد العقدية في حل مسائل هندسية (الاستقامية، التعامد، ....)؛

8.4.2. حل المعادلة $az^2+bz+c=0$ في المجموعة $\mathbb{C}$ حيث $(a;b;c)\in\mathbb{R}^*\times\mathbb{R}\times\mathbb{R}$ ؛

9.4.2. حل معادلات تؤول في حلها إلى حل معادلة من الدرجة الثانية بمجهول واحد معاملاتها حقيقية.

المجال الفرعي الخامس : حساب الاحتمالات

1.5.2. استعمال النموذج التعدادي المناسب حسب الوضعية المدروسة؛

2.5.2. حساب احتمال اتحاد حدثين و احتمال الحدث المضاد لحدث واحتمال تقاطع حدثين ؛

3.5.2. حساب الاحتمال الشرطي و توظيفه لحساب احتمال تقاطع حدثين؛

4.5.2. التعرف على استقلالية حدثين؛

5.5.2. تحديد قانون احتمال متغير عشوائي و حساب مختلف وسيطاته ؛
6.5.2. التعرف على القانون الحداني وتطبيقه في وضعيات متنوعة.

جداول التخصيص

أ . حسب المجالات الرئيسية

المجالات	المجالات الفرعية	نسبة الأهمية
التحليل	المتتاليات العددية	**55%**
	الاتصال والاشتقاق ودراسة الدوال	
	الدوال الأصلية	
	الدوال اللوغاريتمية والأسية	
	المعادلات التفاضلية	
	الحساب التكاملي	
الجبر والهندسة	الجداء السلمي في V_3	**15%**
	تطبيقات الجداء السلمي في الفضاء	
	الجداء المتجهي	
	الأعداد العقدية	**30%**
	حساب الاحتمالات	
	المجموع	**100%**

ب . حسب المستويات المهارية

المستوى المهاري	نسبة الأهمية
تطبيق مباشر للمعارف (تعريف؛ خاصية؛ مبرهنة؛ خوارزمية؛ صيغة؛ تقنية؛ قاعدة؛ ....).	**50 %**
استحضار وتطبيق معارف غير معلنة في السؤال (تعريف؛ خاصية؛ مبرهنة؛ خوارزمية؛ صيغة؛ تقنية؛ قاعدة؛ ....) في وضعية مألوفة.	**35%**
معالجة وضعيات غير مألوفة بتوليف معارف ونتائج.	**15%**

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة العادية 2008-
الموضوع

7	المعامل:	الرياضيات	المـــادة:
3س	مدة الإنجاز:	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	الشعـــب(ة):

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقطتين $A\left(0,-1,1\right)$ و $B\left(1,-1,0\right)$
و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$.

1,25 | 1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,0,2)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ و تحقق من أن A تنتمي إلى (S) .

1,25 | 2) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ وبين أن $x+y+z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB).

0,5 | 3) بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

التمرين الثاني (3 ن)

1 | 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$.

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$. ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $4-2i$.

0,75 | أ- بين أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T .

0,5 | ب- بين أن : $\dfrac{b-c}{a-c}=2i$.

0,75 | ج- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC=2AC$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .

1 | أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .

1 | ب- بين أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\dfrac{16}{21}$.

1 | 2) نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية : نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .
احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

مسألة (11 ن)

I- لتكن g الدالة العددية المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-2\ln x$.

0,5 — 1) أ- احسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$.

0,5 — ب- بين أن g تناقصية على $]0,2]$ وتزايدية على $[2,+\infty[$.

0,5 — 2) استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ (لاحظ أن $g(2)>0$).

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=x-(\ln x)^2$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0,75 — 1) احسب $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)$ وأول النتيجة هندسيا .

0,5 — 2) أ- بين أن: $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{(\ln x)^2}{x}=0$ (يمكنك وضع $t=\sqrt{x}$. نذكر أن : $\lim\limits_{t\to+\infty}\dfrac{\ln t}{t}=0$).

0,75 — ب- استنتج أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=1$ (لاحظ أن : $f(x)=x\left(1-\dfrac{(\ln x)^2}{x}\right)$) .

0,5 — ج – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}(f(x)-x)$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $+\infty$ ، فرعا شلجميا اتجاهه المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x$.

0,25 — د- بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ).

0,75 — 3) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$ و بين أن f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$.

0,25 — ب- ضع جدول تغيرات الدالة f .

0, 5 — ج- بين أن $y=x$ هي معادلة ديكارتية لمماس المنحنى (C) في النقطة التي أفصولها 1 .

0, 5 — 4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في $]0,+\infty[$ وأن $\dfrac{1}{e}<\alpha<\dfrac{1}{2}$ (نقبل أن $(\ln 2)^2<\dfrac{1}{2}$).

1 — 5) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن $I(e,e-1)$ نقطة انعطاف للمنحنى (C) و نأخذ $e\approx 2,7$) .

0,5 — 6) أ- بين أن $H:x\mapsto x\ln x-x$ دالة أصلية للدالة $\ln:x\mapsto \ln x$ على المجال $]0,+\infty[$

ثم بين أن: $\int_1^e \ln x\,dx=1$.

0,75 — ب- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن : $\int_1^e (\ln x)^2\,dx=e-2$.

0,5 — ج- احسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (Δ) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$.

III- نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $\mathbb{N}$.

0,75 — 1) بين أن $1\le u_n\le 2$ لكل n من $\mathbb{N}$ (يمكنك استعمال نتيجة السؤال II-3) أ-) .

0,5 — 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

0,75 — 3) استنتج أن (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها.

C: RS22

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية
والتعليم العالي
وتكوين الأطر
والبحث العلمي
كتابة الدولة المكلفة بالتعليم المدرسي

المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
-الدورة الاستدراكية 2008-
الموضوع

المـــادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعـــب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3س

(يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة)

التمرين الأول (3 ن)

1   1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+17=0$

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{e_1},\vec{e_2}\right)$ ، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a=4+i$ و $b=8+3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة Ω التي لحقها هو $\omega=1+2i$ وزاويته هي $\frac{3\pi}{2}$.

0,75   أ- بين أن : $z'=-iz-1+3i$

0,5   ب- تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران R هو $c=-i$.

0,75   ج- بين أن : $b-c=2(a-c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، المستوى (P) الذي معادلته هي $x+2y+z-1=0$ والفلكة (S) التي معادلتها هي : $x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$

0,75   1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $I(2,3,-1)$ وأن شعاعها هو 3 .

0,5   2) أ- بين أن مسافة النقطة I عن المستوى (P) هي $\sqrt{6}$.

0,75   ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها هو $\sqrt{3}$.

0,5   3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على (P) .

0,5   ب - بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(1,1,-2)$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)

نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .

1   1) ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء ؟

1   2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$.

1   3) ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟

المــادة :	الرياضيات
الشعــب(ة):	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0 = 2$ و $u_{n+1} = \frac{5u_n}{2u_n + 3}$ لكل n من IN .

1 | 1) بين أن : $u_n > 1$ لكل n من IN .

2) نضع : $v_n = \frac{u_n - 1}{u_n}$ لكل n من IN .

1 | أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{3}{5}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 | ب- بين أن : $u_n = \frac{2}{2 - \left(\frac{3}{5}\right)^n}$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n) .

مسألة (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x) = e^{2x} - 2x$.

1 | 1) احسب $g'(x)$ لكل x من IR ثم بين أن g تزايدية على $[0,+\infty[$ و تناقصية على $]-\infty,0]$.

0,75 | 2) استنتج أن $g(x) > 0$ لكل x من IR (لاحظ أن $g(0) = 1$) .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = \ln\left(e^{2x} - 2x\right)$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$.

0,5 | 1) أ- بين أن $\lim_{x \to -\infty} f(x) = +\infty$.

0,25 | ب- تحقق من أن $\frac{f(x)}{x} = \left(\frac{e^{2x}}{x} - 2\right)\frac{\ln\left(e^{2x} - 2x\right)}{e^{2x} - 2x}$ لكل x من IR^* .

0, 5 | ج- بين أن $\lim_{x \to -\infty} \frac{f(x)}{x} = 0$ (نذكر أن : $\lim_{t \to +\infty} \frac{\ln t}{t} = 0$) .

0,25 | د- استنتج أن المنحنى (C) يقبل ، بجوار $-\infty$ ، فرعا شلجميا يتم تحديد اتجاهه .

0,75 | 2) أ- لكل x من $[0,+\infty[$ ، تحقق من أن $1 - \frac{2x}{e^{2x}} > 0$ وأن $2x + \ln\left(1 - \frac{2x}{e^{2x}}\right) = f(x)$.

0,5 | ب- استنتج أن $\lim_{x \to +\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن : $\lim_{u \to +\infty} \frac{e^u}{u} = +\infty$) .

0,5 | ج- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y = 2x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0,75 | د- بين أن : $f(x) - 2x \le 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ واستنتج أن (C) يوجد تحت (D) على المجال $[0,+\infty[$.

0,75 | 3) أ- بين أن : $f'(x) = \frac{2(e^{2x} - 1)}{g(x)}$ لكل x من IR .

0,5 | ب- ادرس إشارة $f'(x)$ لكل x من IR ثم ضع جدول تغيرات الدالة f .

1 | 4) أنشئ (D) و (C) في المعلم $\left(O, \vec{i}, \vec{j}\right)$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف) .

المملكة المغربية
وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي
المركز الوطني للتقويم والامتحانات

الامتحان الوطني الموحد للبكالوريا
الدورة العادية 2009
الموضوع

C:NS22

المادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة .

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(-2,2,8)$ و $B(6,6,0)$ و $C(2,-1,0)$ و $D(0,1,-1)$ و (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

0.75 — 1) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OD}$ واستنتج أن $x+2y+2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OCD).

0.5 — 2) تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2,4,4)$ وشعاعها 6 .

0.5 — 3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) .

0.5 — ب- استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) .

0.75 — ج- تحقق من أن : $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (OCD) .

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=2-2i$ و $b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.

1 — 1) اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b .

2) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$.

0.75 — أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R .
بين أن : $z'=bz$

0.5 — ب- تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R .

0.75 — 3) بين أن : $\arg c\equiv\arg a+\arg b\,[2\pi]$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي c .

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء و5 كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من الصندوق .

1.5 — 1) نعتبر الحدثين التاليين :
A :" الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " و B :" الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى ".
بين أن : $P(A)=\frac{3}{44}$ و $P(B)=\frac{3}{11}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .

0.25 — أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

1.25 — ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع (2 ن)

نضع : $I=\int_{-2}^{-1}\frac{x}{x+3}dx$ و $J=\int_{-2}^{-1}\ln(2x+6)dx$.

0.25 1) أ- تحقق من أن : $\frac{x}{x+3}=1-\frac{3}{x+3}$ لكل عدد حقيقي x يخالف -3 .

0.75 ب- بين أن : $I=1-3\ln 2$.

1 2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $J=-I$.

مسألة (9 ن)

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x بحيث : $f(x)=2\ln\left(e^x-2\sqrt{e^x}+2\right)$

(C) يرمز للمنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.75 I) 1) تحقق من أن : $e^x-2\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1$ لكل x من $I\!R$ ثم استنتج أن مجموعة تعريف الدالة f هي $I\!R$ وأن : $1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}>0$ $(\forall x\in I\!R)$.

0.75 2) احسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن : $\lim_{x\to-\infty}f(x)=\ln 4$ و أول هذه النتيجة هندسيا .

1 3) أ- بين أن : $f'(x)=\frac{2\sqrt{e^x}\left(\sqrt{e^x}-1\right)}{\left(\sqrt{e^x}-1\right)^2+1}$ لكل x من $I\!R$ وتحقق من أن $f'(0)=0$.

1 ب- ادرس إشارة $\sqrt{e^x}-1$ على $I\!R$ واستنتج أن الدالة f تزايدية على المجال $[0,+\infty[$ وتناقصية على المجال $]-\infty,0]$.

0.25 4) أ- تحقق من أن : $f(x)=2x+2\ln\left(1-\frac{2}{\sqrt{e^x}}+\frac{2}{e^x}\right)$ $(\forall x\in I\!R)$.

0.5 ب- بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=2x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.25 5) أ- تحقق من أن : $e^x-3\sqrt{e^x}+2=\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ لكل x من $I\!R$.

0.5 ب- ادرس إشارة كل من $2-\sqrt{e^x}$ و $\left(\sqrt{e^x}-1\right)\left(\sqrt{e^x}-2\right)$ على $I\!R$.

0.25 ج-استنتج أن : $e^x-2\sqrt{e^x}+2\leq\sqrt{e^x}$ لكل x من المجال $[0,\ln 4]$.

0.5 د- بين أن : $f(x)\leq x$ لكل x من المجال $[0,\ln 4]$.

0.75 6) أنشئ المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف أفصول إحداهما أصغر من -1 و أفصول الأخرى أكبر من 2 تحديدهما غير مطلوب ونأخذ $\ln 4\simeq 1,4$) .

II) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=f(u_n)$ لكل n من $I\!N$.

يمكنك في ما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة f .

0.75 1) بين أن : $0\leq u_n\leq\ln 4$ لكل n من $I\!N$.

0.75 2) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية .

1 3) استنتج أن المتتالية (u_n) متقاربة وحدد نهايتها .

المـــــادة:	الرياضيات	المعامل:	7
الشعـــب(ة) أو المسلك :	شعبة العلوم التجريبية بمسالكها وشعبة العلوم والتكنولوجيات بمسلكيها	مدة الإنجاز:	3

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطة $A(2,2,-1)$ و المستوى (P) الذي معادلته هي $2x+y+2z-13=0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,0,1)$ وشعاعها 3 .

0.75 1) أ- بين أن $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S).

0.75 ب- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

2) ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P) .

0.75 أ- بين أن $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) و أن $(6,-6,-3)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$.

0.75 ب- احسب $\dfrac{\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|}{\|\vec{u}\|}$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في A .

التمرين الثاني (3 ن)

1 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.

0.5 أ- احسب $\dfrac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية .

0.5 ب- بين أن العدد $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه B ونسبته $\dfrac{3}{2}$.

1 ج- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\dfrac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\dfrac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $\left(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}\right)$ وأن $PA=\sqrt{2}\,PD$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين. (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.

0.5 1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

1.5 2) بين أن : $P(X=0)=\dfrac{1}{36}$ و $P(X=1)=\dfrac{7}{18}$.

1 3) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

التمرين الرابع (3 ن)

لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $u_0=0$ و $u_{n+1}=\dfrac{1+4u_n}{7-2u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1 — 1) تحقق من أن $1-u_{n+1}=\dfrac{6(1-u_n)}{5+2(1-u_n)}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم بين بالترجع أن $1-u_n>0$ لكل n من $\mathbb{N}$.

2) نضع : $v_n=\dfrac{2u_n-1}{u_n-1}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1 — أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{5}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 — ب- بين أن : $u_n=\dfrac{\left(\frac{5}{6}\right)^n-1}{\left(\frac{5}{6}\right)^n-2}$ لكل n من $\mathbb{N}$ واستنتج نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس (2 ن)

1 — 1) حدد الدوال الأصلية للدالة $x\mapsto 2x(x^2-1)^{2009}$ على $\mathbb{R}$ وتحقق من أن : $\displaystyle\int_1^{\sqrt{2}}2x(x^2-1)^{2009}dx=\frac{1}{2010}$.

1 — 2) باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\displaystyle\int_0^2(2x+1)\ln(x+1)dx=6\ln 3-2$.

التمرين السادس (6 ن)

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=x\left(\dfrac{e^{2x}-1}{e^{2x}+1}\right)$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

0.5 — 1) أ- تحقق من أن : $f(x)=x\left(\dfrac{1-e^{-2x}}{1+e^{-2x}}\right)$ لكل x من $\mathbb{R}$.

1 — ب- بين أن الدالة f زوجية وأن $f(x)-x=\dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}$ لكل x من $\mathbb{R}$.

1 — ج – بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)=+\infty$ و أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{-2xe^{-2x}}{1+e^{-2x}}=0$ ثم استنتج أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=x$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.5 — 2) بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (D) على المجال $[0,+\infty[$.

1 — 3) أ- بين أن : $f'(x)=\dfrac{e^{4x}-1+4xe^{2x}}{(e^{2x}+1)^2}$ لكل x من $\mathbb{R}$ وتحقق من أن : $f'(0)=0$.

0.5 — ب- بين أن : $e^{4x}-1\geq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$ ثم استنتج أن $e^{4x}-1+4xe^{2x}\geq 0$ لكل x من $[0,+\infty[$.

0.5 — ج- ضع جدول تغيرات الدالة f على $[0,+\infty[$

1 — 4) أنشئ المنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نقبل أن للمنحنى (C) نقطتي انعطاف تحديدهما غير مطلوب) .

الموضـــــوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(-1,0,3)$ و $B(3,0,0)$ و $C(7,1,-3)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$.

1 **1)** بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{k}$ واستنتج أن $3x+4z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

0.5 **2)** بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3,1,0)$ وشعاعها 5 .

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .

0.5 أ – بين أن : $\begin{cases} x=3+3t \\ y=1 \\ z=4t \end{cases} \quad (t\in I\!R)$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

1 ب – بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$.

التمرين الثاني (3 ن)

1 **1)** حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$.

2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\overrightarrow{e_1},\overrightarrow{e_2}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

0.5 أ – بين أن : $z'=iz+2-4i$.

0.25 ب – تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c'=5+3i$.

1.25 ج – بين أن : $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $BC=2BC'$.

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين
(لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .

1 **1)** نعتبر الحدثين التاليين :

A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " و B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل " .

بين أن $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{41}{42}$.

2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .

0.25 أ – تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 .

1 ب – بين أن $P(X=2)=\frac{3}{10}$ و $P(X=0)=\frac{1}{6}$.

0.75 ج – حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=2$ و $u_{n+1}=\dfrac{3u_n-1}{2u_n}$ لكل n من $I\!N$.

0.75 **1)** بين بالترجع أن : $u_n>1$ لكل n من $I\!N$.

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n=\dfrac{u_n-1}{2u_n-1}$ لكل n من $I\!N$.

1 أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{2}$ واستنتج أن $v_n=\dfrac{1}{3}\left(\dfrac{1}{2}\right)^n$ لكل n من $I\!N$.

0.75 ب – بين أن $u_n=\dfrac{v_n-1}{2v_n-1}$ ثم استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n=1$.

0.5 **3)** احسب $\lim\limits_{n\to+\infty}w_n$ حيث (w_n) هي المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $w_n=\ln(u_n)$ لكل n من $I\!N$.

التمرين الخامس (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I\!R$ بما يلي : $g(x)=1+4xe^{2x}$.

0.5 **1)** بين أن : $g'(x)=4(2x+1)e^{2x}$ لكل x من $I\!R$.

0.5 **2)** بين أن الدالة g تزايدية على المجال $\left[-\dfrac{1}{2},+\infty\right[$ وتناقصية على المجال $\left]-\infty,-\dfrac{1}{2}\right]$.

0.5 **3)** أ– بين أن $g\left(-\dfrac{1}{2}\right)=1-\dfrac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(-\dfrac{1}{2}\right)>0$.

0.25 ب – استنتج أن : $g(x)>0$ لكل x من $I\!R$.

II) لتكن f الدالة العددية المعرفة على $I\!R$ بما يلي : $f(x)=(2x-1)e^{2x}+x+1$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ $\left(\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm\right)$.

1 **1)** احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ ثم بين أن $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)=-\infty$ (نذكر أن : $\lim\limits_{u\to-\infty}ue^u=0$) .

0.75 **2)** بين أن : $f'(x)=g(x)$ لكل x من $I\!R$ ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $I\!R$.

0.75 **3)** أ – احسب $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}$ واستنتج أن (C) يقبل فرعا شلجميا في اتجاه محور الأراتيب .

0.5 ب – احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}\left[f(x)-(x+1)\right]$ واستنتج أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y=x+1$ مقارب للمنحنى (C) بجوار $-\infty$.

0.5 ج – حدد زوج إحداثيتي نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمنحنى (C) ثم بين أن المنحنى (C) يوجد تحت المستقيم (Δ) على المجال $\left]-\infty,\dfrac{1}{2}\right[$ و فوق المستقيم (Δ) على المجال $\left]\dfrac{1}{2},+\infty\right[$.

0.25 **4)** أ – بين أن $y=x$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة O .

0.25 ب – بين أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف أفصولها $-\dfrac{1}{2}$ (تحديد أرتوب نقطة الانعطاف غير مطلوب) .

0.75 **5)** أنشئ المستقيمين (Δ) و (T) والمنحنى (C) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1 **6)** أ – باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن : $\displaystyle\int_0^1(2x-1)e^{2x}dx=1$.

0.5 ب – احسب ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) و المستقيم (T) المماس للمنحنى (C) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=0$ و $x=1$.

الموضوع

التمرين الأول (3 ن)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط $A(0,-2,0)$ و $B(1,1,-4)$ و $C(0,1,-4)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$.

0.5 | 1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ و أن شعاعها هو 5 .

1 | 2) أ – بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$ واستنتج أن $4y+3z+8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

0.5 | ب – احسب $d\left(\Omega,(ABC)\right)$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) .

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC).

0.5 | أ – بين أن : $\begin{cases} x=1 \\ y=2+4t \quad (t\in I\!R) \\ z=3+3t \end{cases}$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

0.25 | ب – بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(1,-2,0)$.

0.25 | ج – تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) والفلكة (S) .

التمرين الثاني (3 ن)

1 | 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=8i$ و $b=4\sqrt{3}-4i$ و $c=2\left(4\sqrt{3}+4i\right)$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

0.5 | أ – بين أن $z'=\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$.

0.25 | ب – تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R .

0.75 | ج – بين أن $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي .

0.5 | د – استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

التمرين الثالث (3 ن)

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد : 1 و 1 و 1 و 2 و 2 و 2 و 3 و 3
(لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .

1.25 | 1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " .
و B الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .
بين أن $P(A)=\frac{3}{28}$ وأن $P(B)=\frac{13}{28}$.

2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .

0.25 | أ – حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .

0.75 | ب – بين أن : $P(X=1)=\frac{15}{28}$.

0.75 | ج – أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

التمرين الرابع (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \frac{3u_n}{21+u_n}$ لكل n من IN .

0.5 — 1) بين أن : $u_n > 0$ لكل n من IN .

0.75 — 2) بين أن : $u_{n+1} < \frac{1}{7}u_n$ لكل n من IN .

0.5 — 3) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية وأنها متقاربة .

0.75 — 4) أ- بين بالترجع أن : $u_n < \left(\frac{1}{7}\right)^n$ لكل n من IN^* .

0.5 — ب- حدد نهاية المتتالية (u_n) .

التمرين الخامس (8 ن)

I) نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x) = x^3 - x - 2\ln x + 3$.

0.25 — 1) أ- تحقق من أن $3x^3 - x - 2 = (x-1)(3x^2+3x+2)$ لكل x من $]0,+\infty[$.

0.5 — ب – بين أن : $g'(x) = \frac{(x-1)(3x^2+3x+2)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$.

0.25 — 2) أ – تحقق من أن $\frac{3x^2+3x+2}{x} > 0$ لكل x من $]0,+\infty[$.

0.5 — ب – استنتج أن إشارة $g'(x)$ هي إشارة $x-1$ على $]0,+\infty[$.

0.5 — 3) أ – بين أن الدالة g تناقصية على $]0,1]$ وأنها تزايدية على $[1,+\infty[$.

0.5 — ب - استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من $]0,+\infty[$ (لاحظ أن $g(1)>0$) .

II) نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x) = x - 1 + \frac{x-1+\ln x}{x^2}$.

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (نأخذ $\|\vec{i}\| = \|\vec{j}\| = 1cm$) .

1 — 1) بين أن : $f'(x) = \frac{g(x)}{x^3}$ لكل x من $]0,+\infty[$ ، ثم استنتج أن الدالة f تزايدية على $]0,+\infty[$.

0.5 — 2) أ - بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x) = -\infty$ ثم أول هذه النتيجة هندسيا .

0.75 — ب - بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{x-1+\ln x}{x^2} = 0$ ثم أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x) = +\infty$ (نذكر أن $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{\ln x}{x^2} = 0$) .

0.5 — ج - بين أن المستقيم (Δ) الذي معادلته $y = x-1$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

0.5 — 3) بين أن $y = 3(x-1)$ هي معادلة للمستقيم المماس للمنحنى (C) في النقطة التي زوج إحداثيتيها $(1,0)$.

0.75 — 4) أنشئ المستقيم (Δ) و المنحنى (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة غير مطلوب تحديدها) .

1 — 5) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء ، بين أن: $\int_1^e \frac{\ln x}{x^2}dx = 1 - \frac{2}{e}$ (ضع : $u'(x) = \frac{1}{x^2}$ و $v(x) = \ln x$) .

0.5 — ب – بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين (C) و (Δ) و المستقيمين الذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي $\left(1-\frac{1}{e}\right)cm^2$.

الموضوع

التمرين الأول (2.5 ن)

0.5 | 1) أ – حل في IR المعادلة : $x^2+4x-5=0$.

1 | ب – حل في المجال $]0,+\infty[$ المعادلة : $\ln(x^2+5)=\ln(x+2)+\ln(2x)$.

1 | 2) حل في المجال $]0,+\infty[$ المتراجحة : $\ln x+\ln(x+1)\geq \ln(x^2+1)$.

التمرين الثاني (3 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=\dfrac{u_n}{5+8u_n}$ لكل n من IN .

0.5 | 1) بين بالترجع أن $u_n>0$ لكل n من IN .

2) نضع : $v_n=\dfrac{1}{u_n}+2$ لكل n من IN .

1.5 | أ – بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها 5 ثم اكتب v_n بدلالة n .

1 | ب – بين أن $u_n=\dfrac{1}{3\times 5^n-2}$ لكل n من IN ثم احسب نهاية المتتالية (u_n).

التمرين الثالث (5 ن)

1 | 1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-18z+82=0$.

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=9+i$ و $b=9-i$ و $c=11-i$.

1 | أ – بين أن $\dfrac{c-b}{a-b}=-i$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين في B .

0.5 | ب – أعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $4(1-i)$.

1 | ج – بين أن $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ ثم استنتج أن $AC\times BC=4\sqrt{2}$.

1.5 | د – ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة B و زاويته $\dfrac{3\pi}{2}$.

بين أن : $z'=-iz+10+8i$ ثم تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $9-3i$.

التمرين الرابع (9.5 ن)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على IR بما يلي : $g(x)=(1-x)e^x-1$.

1) أ - بين أن : $g'(x)=-xe^x$ لكل x من IR . 0.5

ب - بين أن الدالة g تناقصية على $[0,+\infty[$ وتزايدية على $]-\infty,0]$ و تحقق من أن $g(0)=0$. 0.75

2) استنتج أن : $g(x)\leq 0$ لكل x من IR . 0.5

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على IR بما يلي : $f(x)=(2-x)e^x-x$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $1cm$) .

1) أ - بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=-\infty$. 0.5

ب - بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty} \frac{f(x)}{x}=-\infty$ ثم استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه . 0.75

2) أ - بين أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)=+\infty$ ثم احسب $\lim\limits_{x\to-\infty}[f(x)+x]$ (نذكر أن : $\lim\limits_{x\to-\infty} xe^x=0$) . 0.75

ب - بين أن المستقيم (D) الذي معادلته $y=-x$ مقارب مائل للمنحنى (C) بجوار $-\infty$. 0.25

3) أ - بين أن : $f'(x)=g(x)$ لكل x من IR . 0.5

ب - أول هندسيا النتيجة $f'(0)=0$. 0.25

ج - بين أن الدالة f تناقصية قطعا على IR ثم ضع جدول تغيرات الدالة f . 0.5

4) بين أن المعادلة $f(x)=0$ تقبل حلا وحيدا α في IR وأن $\frac{3}{2}<\alpha<2$ (نقبل أن $e^{\frac{3}{2}}>3$) . 0.5

5) أ - حل في IR المعادلة $f(x)+x=0$ واستنتج أن (C) و (D) يتقاطعان في النقطة $A(2,-2)$. 0.5

ب - ادرس إشارة $f(x)+x$ على IR . 0.25

ج - استنتج أن (C) يوجد فوق (D) على $]-\infty,2]$ وتحت (D) على $[2,+\infty[$. 0.25

6) أ - بين أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف وحيدة زوج إحداثيتيها هو $(0,2)$. 0.5

ب - أنشئ المستقيم (D) والمنحنى (C) في نفس المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. 1

7) أ - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\int_{-1}^{0}(2-x)e^x\,dx=3-\frac{4}{e}$. 1

ب - استنتج ب cm^2 مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) والمستقيم (D) والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=-1$ و $x=0$. 0.25

الموضوع

التمرين الأول (2.5 ن)

1) أ - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $x^2-2x-3=0$. | 0.5

ب - حل في $\mathbb{R}$ المعادلة : $e^x-\dfrac{3}{e^x}-2=0$. | 1

2) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة : $e^{x+1}-e^{-x}\geq 0$. | 1

التمرين الثاني (4 ن)

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+18=0$. | 1

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$ ، النقطتين A و B .

اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a=3+3i$ و $b=3-3i$.

أ - اكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين a و b . | 0.5

ب - بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ هو 6 . | 0.75

ج - بين أن : $\dfrac{b-b'}{a-b'}=i$ ثم استنتج أن المثلث $AB'B$ متساوي الساقين وقائم الزاوية في B' . | 1

د - استنتج مما سبق أن الرباعي $OAB'B$ مربع . | 0.75

التمرين الثالث (3.5 ن)

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي : $u_0=1$ و $u_{n+1}=\dfrac{6u_n}{1+15u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$.

1) أ - تحقق من أن : $u_{n+1}-\dfrac{1}{3}=\dfrac{u_n-\dfrac{1}{3}}{15u_n+1}$ لكل n من $\mathbb{N}$. | 0.5

ب - بين بالترجع أن : $u_n>\dfrac{1}{3}$ لكل n من $\mathbb{N}$. | 0.5

2) نعتبر المتتالية العددية (v_n) المعرفة بما يلي : $v_n=1-\dfrac{1}{3u_n}$ لكل n من $\mathbb{N}$. | 1.5

بين أن (v_n) متتالية هندسية أساسها $\dfrac{1}{6}$ ثم اكتب v_n بدلالة n .

3) بين أن $u_n=\dfrac{1}{3-2\left(\dfrac{1}{6}\right)^n}$ لكل n من $\mathbb{N}$ ثم استنتج $\lim\limits_{n\to+\infty}u_n$. | 1

التمرين الرابع (10 ن)

I - نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $I=]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=x-1+\ln x$.

1) أ - بين أن $g'(x)=\dfrac{x+1}{x}$ لكل x من I . 0.5

ب - بين أن الدالة g تزايدية على I . 0.5

2) استنتج أن $g(x)\geq 0$ على $[1,+\infty[$ وأن $g(x)\leq 0$ على $]0,1]$ (لاحظ أن $g(1)=0$) . 1

II - لتكن f الدالة العددية المعرفة على I بما يلي : $f(x)=\left(\dfrac{x-1}{x}\right)\ln x$.

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (الوحدة $1cm$) .

1) أ - بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=+\infty$ وأول النتيجة هندسيا . 0.75

ب - بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=+\infty$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=0$ (لاحظ أن $\dfrac{f(x)}{x}=\left(\dfrac{x-1}{x}\right)\dfrac{\ln x}{x}$ لكل x من I) . 1

ج - استنتج أن المنحنى (C) يقبل فرعا شلجميا بجوار $+\infty$ يتم تحديد اتجاهه . 0.5

2) أ - بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^2}$ لكل x من I . 1

ب - استنتج أن الدالة f تزايدية على $[1,+\infty[$ و تناقصية على $]0,1]$. 0.5

ج - أعط جدول تغيرات الدالة f على I . 0.25

3) أنشئ (C) (نقبل أن للمنحنى (C) نقطة انعطاف وحيدة أفصولها محصور بين 1,5 و 2) . 1

4) أ - بين أن $H:x\mapsto\dfrac{1}{2}(\ln x)^2$ دالة أصلية للدالة $h:x\mapsto\dfrac{\ln x}{x}$ على المجال I . 0.5

ب - بين أن $\displaystyle\int_1^e \frac{\ln x}{x}\,dx=\frac{1}{2}$. 0.75

ج - باستعمال مكاملة بالأجزاء بين أن $\displaystyle\int_1^e \ln x\,dx=1$. 1

5) أ - تحقق من أن $f(x)=\ln x-\dfrac{\ln x}{x}$ لكل x من I . 0.25

ب - بين أن مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذين معادلتاهما $x=1$ و $x=e$ هي : $0.5\ cm^2$. 0.5

AREF. Casa 15 7 11