

### التمرين الأول

(1) باستعمال مكاملة بالأجزاء احسن التكامل  $I = \int_1^2 \ln(x) dx$

1

(2) احسب التكامل  $J = \int_0^{\ln 4} x \sqrt{e^x} dx$  ( يمكنك وضع  $t = \sqrt{e^x}$  )

1

### التمرين الثاني

يحتوي كيس على ست كرات بيضاء تحمل الأعداد 0 ، 0 ، 0 ، 1 ، 1 ، 2 وكرتين سوداوين تحملان العددين 0 ، 1 ( لا يمكن التمييز بينها باللمس ).

نحسب عشوائيا وفي آن واحد كرتين من الكيس.

(1) احسب احتمال كل من الحدثين:

A : " للكرتين المسحوبتين نفس اللون ."

0.5

B : " جداء العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين منعدم ."

1

(2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بمجموع العددين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.

1.5

حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X.

### التمرين الثالث

ليكن  $m$  عددا عقديا معلوما معياره  $\sqrt{2}$  وعمدته  $\alpha$  ونعتبر في مجموعة الأعداد العقدية المعادلة (E):  $mz^2 - 2z + \bar{m} = 0$  ( نذكر أن  $\bar{m}$  هو مرافق  $m$  و  $|m| = \sqrt{m\bar{m}}$  ).

(1) بين أن حلي المعادلة (E) هما:  $z' = \frac{1+i}{m}$  و  $z'' = \frac{1-i}{m}$ .

1

(2) اكتب كل من  $z'$  و  $z''$  و  $\frac{z'}{z''}$  على شكل المثلثي.

1.5

(3) في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم  $(O, \vec{u}, \vec{v})$ ، نعتبر النقط A و B و C التي ألقاها على التوالي هي  $z'$  و  $z''$  و  $z' + z''$ ، بين أن الرباعي OACB مربع.

1

### التمرين الرابع

في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم، نعتبر النقطة A (2,0,2) والمستوى

(P) ذا المعادلة  $x + y - z - 3 = 0$

(1) حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من A والعمودي على المستوى (P).

0.5

- (2) حدد إحداثيات B نقطة تقاطع المستقيم (D) والمستوى (P).
- (3) نعتبر الفلكة (S) التي مركزها A والتي تقطع المستوى (P) وفق الدائرة التي مركزها B وشعاعها 2
- أ- حدد شعاع الفلكة (S).
- ب- اكتب معادلة ديكارتية للفلكة (S).

### مسألة

نعتبر الدالة  $f$  المعرفة على  $\mathbb{R}$  بما يلي:

$$\left. \begin{array}{l} \text{إذا كان } x < 0 \\ \text{إذا كان } x \geq 0 \end{array} \right\} \begin{array}{l} f(x) = \ln(1-x^3) \\ f(x) = 4x\sqrt{x} - 3x^2 \end{array}$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة  $f$  في معلم متعامد ممنظم.

- (1) أ- بين أن الدالة  $f$  متصلة في النقطة 0.
- ب- بين أن الدالة  $f$  قابلة للاشتقاق في النقطة 0 ( نذكر بأن  $\lim_{t \rightarrow 0} \frac{\ln(1+t)}{t} = 1$  ).
- (2) بين أن الدالة  $f$  تناقصية على المجالين  $]-\infty, 0[$  و  $]1, +\infty[$  وتزايدية على المجال  $]0, 1[$ .
- (3) أ- احسب  $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$  و  $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ .
- ب- تحقق من أنه لكل  $x < 0$  ،  $\frac{f(x)}{x} = 3 \frac{\ln(-x)}{x} + \frac{\ln(1-x^3)}{x}$ .
- ج- ادرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C).
- (4) أنشئ المنحنى (C).
- (5) ليكن  $h$  قصور الدالة  $f$  على المجال  $]-\infty, 0[$ .
- أ- بين أن  $h$  تقابل من المجال  $]-\infty, 0[$  نحو مجال  $J$  يجب تحديده.
- ب- حدد  $h^{-1}(x)$  لكل  $x$  من المجال  $J$ .
- (6) نعتبر المتتالية  $(u_n)$  المعرفة بما يلي:

$$u_0 = \frac{4}{9} \text{ و } u_{n+1} = 4u_n\sqrt{u_n} - 3u_n^2 \text{ لكل } n \text{ من } \mathbb{N}.$$

يمكنك فيما يلي استعمال نتائج دراسة الدالة  $f$ .

- أ- بين بالترجع أن  $\frac{4}{9} \leq u_n \leq 1$  لكل  $n$  من  $\mathbb{N}$ .
- ب- بين أن المتتالية  $(u_n)$  تزايدية.
- ج- استنتج أن المتتالية  $(u_n)$  متقاربة ثم احسب نهايتها.

