الأستاذ ❖ بشيري رشيد	فرض محروس رقم 3	المملكة المغربية
المدة ❖ 2H	الدورة ا	وزارة التربية الوطنية والتعليم العالي وتكوين الأطر والبحث العلمي قطاع التربية الوطنية
	2BSC PH	
	LUNDI 25/01/2010	ثانوية ادريس بنزكري التاهيلية تيفلت

ملحوظة تمنح نقطة عن تنظيم ورقة التحرير

تمرين 1 — 8PTS

1- أحسب النهايات التالية

$$\lim_{x\to+\infty} x-\ln(1+x^2) \quad ; \quad \lim_{x\to+\infty}\frac{\ln(x)}{1+\ln(x)} \quad ; \quad \lim_{x\to0}\frac{\ln(\cos x)}{x^2} \quad ; \quad \lim_{x\to0^+}\frac{1}{x}+3\ln x$$

2- حل في $\Re$ المعادلات التالية :

$$\ln(x-1)+\ln(x+3)=\ln(x^2+9) \quad \text{و} \quad \ln^2(x)-4\ln(x)+3=0$$

3- أ - بين أن $\forall x,y\in\,]0;+\infty[\,: \frac{x+y}{2}\geq\sqrt{xy}$

ب استنتج أن $\forall x;y\in\,]0;+\infty[\,: \ln(\frac{x+y}{2})\geq\frac{\ln(x)+\ln(y)}{2}$

BONNE CHANCE

تمرين 2 — 11PTS

I. نعتبر الدالتين المعرفتين على المجال $]0,+\infty[$ بما يلي :

$g(x)=x-1-\ln x$ و $h(x)=x+(x-2)\ln x$.

1. أ- أحسب $g'(x)$ لكل x من المجال $]0,+\infty[$ ثم أدرس منحى تغيرات الدالة g .

ب- استنتج أن : $g(x)\geq0 \quad : \quad \forall x\in\,]0,+\infty[$.

2. أ- بين أن :

$$h(x)=1+g(x)+(x-1)\ln x \quad : \quad \forall x\in\,]0,+\infty[$$

ب- بين أن : $(x-1)\ln x>0 \quad : \quad \forall x\in\,]0,+\infty[$

3. استنتج أن : $h(x)>0 \quad : \quad \forall x\in\,]0,+\infty[$

II. نعتبر الدالة f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي :

$$f(x)=1+x\ln x-(\ln x)^2$$

وليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم .

1. أ- أحسب $\lim_{\substack{x\to0\\x>0}}f(x)$ ثم أول النتيجة مبيانيا .

ب- أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$ ثم حدد الفرع اللانهائي للمنحنى (C) بجوار $+\infty$.

2. أ- بين أن : $f'(x)=\frac{h(x)}{x} \quad : \quad \forall x\in\,]0,+\infty[$.

ب- استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على المجال $]0,+\infty[$.

3. أ- حدد معادلة ديكارتية للمماس (Δ) ل (C) في النقطة $A(1,1)$

ب- تحقق من أن :

$$f(x)-x=(\ln x-1)g(x) \quad : \quad \forall x\in\,]0,+\infty[$$

جـ- حدد الوضع النسبي للمنحنى (C) و المستقيم (Δ) .

4. أنشئ المنحنى (C) و المستقيم (Δ) في نفس المعلم. (نقبل أن المنحنى (C) يقبل نقطة انعطاف أفصولها محصور بين 1 و 1,5)