أكاديمية قاس - مكناس ثانوية عمر ابن الخطاب التأهيلية - مكناس-	فـــــرض محـــــــروس قم 1 (2017-2018)	الثانية علوم رياضية أ مادة : الرياضيـــات ***Prof: Rahmouni***

التمرين: 01 **أسئلة هذا التمرين مستقلة فيما بينها.** $\frac{1}{2}$

1ن **1)** بين أن : $2\arctan\frac{1}{2}-\arctan\frac{1}{7}=\frac{\pi}{4}$

1ن **2)** أ- أحسب النهايات التالية :

$$L_1=\lim_{x\to+\infty}E(x)\sin\left(\frac{E(x)}{x^2}\right) \quad \text{و} \quad L_2=\lim_{x\to0}\frac{\arctan\left(\sqrt{1+2x}-1-x\right)}{x^2}$$

0.5 ن **3)** أ- بين أن : $\lim_{x\to0}\frac{\sqrt[n]{x+1}-1}{x}=\frac{1}{n}$ (ضع $t=\sqrt[n]{x+1}$)

1 ن ب- استنتج قيمة النهايتين : $A=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}\sqrt[3]{x+1}-1}{x}$ و $B=\lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{x}$

1.5ن ج- استنتج أن : $\forall n\geq3 \quad \lim_{x\to0}\frac{\sqrt{x+1}\sqrt[3]{x+1}\sqrt[4]{x+1}.....\sqrt[n]{x+1}-1}{x}=\sum_{k=1}^{n}\frac{1}{k}$

التمرين: 02

نعتبر الدالة f المعرفة ب : $f(x)=\frac{\sqrt[4]{x+1}-\sqrt[3]{x+1}}{\sqrt[3]{x+1}-\sqrt{x+1}}$

0.5 ن **1)** أحسب $\lim_{x\to+\infty}f(x)$

1 ن **2)** حل في المجال $[-1,+\infty[$ المعادلة : $\sqrt[3]{x+1}-\sqrt{x+1}=0$

0.5ن **3)** استنتج أن : $D_f=]-1,0[\cup]0,+\infty[$

1.5 ن **4)** بين أن : $f(x)=\frac{1}{\sqrt[12]{x+1}\left(1+\sqrt[12]{x+1}\right)}$

0.5 ن **5)** استنتج أن f تقبل تمديدا بالاتصال في 0.المطلوب تحديده.

التمرين: 03

1 ن **1)** بين أن : $\forall n\in\mathbb{N} \quad \arctan(n+1)-\arctan(n)=\arctan\left(\frac{1}{n^2+n+1}\right)$

1ن **2)** نعتبر المتتالية (S_n) المعرفة ب $S_n=\sum_{k=0}^{n}\arctan\frac{1}{k^2+k+1}$

أحسب S_n بدلالة n ثم حدد $\lim_{n\to+\infty}S_n$

التمرين: 04

نعتبر الدالة f المعرفة ب $f(x)=\arctan\left(\frac{2\sqrt[4]{x}}{1-\sqrt{x}}\right)$

1ن **1)** حدد D_f

0.5 ن **2)** هل f تقبل تمديدا بالاتصال في 1 .

1.5 ن **3)** بين أن :

$$\begin{cases} f(x)=2\arctan\left(\sqrt[4]{x}\right).....x\in]0.1[\\ f(x)=2\arctan\left(\sqrt[4]{x}\right)-\pi.....x\in]1,+\infty[\end{cases}$$

4) نعتبر الدالة g قصور الدالة f على المجال $I=]1,+\infty[$

0.5ن أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده نحو I .

1.5 ن ب- أحسب : $g^{-1}(x)$ $\forall x\in J$.

1.5 ن **5)** ليكن a_1 و a_2 و .....و a_n أعداد حقيقية من $]0,1[$ مع $n\geq 2$ بين أن :

$$\exists!c\in]0,1[\quad \arctan\left(\frac{2\sqrt[4]{c}}{1-\sqrt{c}}\right)=\frac{2}{n}\sum_{k=1}^{k=n}\arctan\left(\sqrt[4]{a_k}\right)$$

التمرين: 05

1) لتكن f و g دالتين متصلتين على على المجال $[0.1]$ حيث $f(1)=g(0)=1$ و $f(0)=g(1)=0$

1 ن بين أن : $\exists c\in]0.1[\quad f(c)=2017g(c)$

2) لتكن f دالة متصلة على مجال $[a,b]$ حيث $f(a)=f(b)$ بين أن المعادلة $f(x)=f\left(x+\frac{b-a}{2}\right)$

1.5ن تقبل حلا على الأقل في $[a;b]$

تمارين إضافية

التمرين 01 :

بين أن : $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1-\cos x\cos 2x\cos 3x.....\cos nx}{x^2}=\dfrac{\left(n^2-n\right)(2n-1)}{12}$

التمرين 02:

لتكن f و g دالتين متصلتين على $\mathbb{R}$ حيث $fog=gof$ بين انه إذا كانت المعادلة $f\left(f(x)\right)=g\left(g(x)\right)$ تقبل على الأقل حلا في $\mathbb{R}$ فانه $\exists c\in\mathbb{R}\quad f(c)=g(c)$

التمرين 03:

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة ب $\forall n\in\mathbb{N}\quad \begin{cases}u_0=0\\ u_1=1\\ u_{n+2}=u_{n+1}+u_n\end{cases}$

1) بين أن : $\forall n\in\mathbb{N}\quad u_{n+1}-u_nu_{n+2}=(-1)^n$

2) استنتج أن : $\forall n\in\mathbb{N}^*\quad \arctan\dfrac{1}{u_{2n}}=\arctan\dfrac{1}{u_{2n+1}}+\arctan\dfrac{1}{u_{2n+2}}$