ثانوية محمد الخامس التأهيلية نيابة طانطان الموسم : 2014 - 2015	# فرض محروس 2	القسم : 2 علوم رياضية أ ذ : يوسف العباسي المدة : ساعتان

التمرين الأول

الجزء 1

نعتبر الدالة g المعرفة على $]0;+\infty[$ ب : $g(x)=2Arc\tan\left(\frac{1}{x}\right)-\frac{x-1}{x^2+1}$

1) أدرس اشتقاق الدالة g على $]0;+\infty[$ ثم بين أن $\forall x>0 \ : \ g'(x)=\frac{-\left(x^2+2x+3\right)}{\left(x^2+1\right)^2}$ — 1,25ن

2) اعط جدول تغيرات الدالة g على $]0;+\infty[$ ثم استنتج أن : $\forall x>0 \ : \ 0<g(x)<\pi+1$ — 1,25ن

الجزء 2

نعتبر الدالة f المعرفة على *R+ ب : $f(0)=\frac{\pi}{2}$ و $\forall x>0 \ : \ f(x)=(x-1)^2 Arc\tan\left(\frac{1}{x}\right)$

وليكن (C_f) منحناها في معلم متعامد $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) أدرس اتصال f على اليمين في 0 — 0,5ن

2) أدرس اشتقاق f على اليمين في 0 واعط تأويلا هندسيا للنتيجة المحصل عليها. — 1,25ن

(يمكن استعمال العلاقة $\forall x>0 \ : \ Arc\tan x+Arc\tan\left(\frac{1}{x}\right)=\frac{\pi}{2}$)

3) أ- أحسب $\lim\limits_{+\infty} f(x)$ — 1ن

ب- باستعمال مبرهنة التزايدات المنتهية، بين أن : $\forall x>0 \ : \ \frac{x}{1+x^2}\leq Arc\tan x\leq x$ — 1ن

ج- أحسب $\lim\limits_{0}\frac{Arc\tan x-x}{x^2}$ — 0,75ن

د- استنتج أن $y=x-2$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$ — 1ن

4) أ- أدرس اشتقاق f على *R+ ثم بين أن $\forall x>0 \ : \ f'(x)=(x-1)g(x)$ — 1,25ن

ب- بين أن $\forall x\in[0;1] \ : \ |f'(x)|\leq\pi+1$ — 1ن

ج- اعط جدول تغيرات f — 0,75ن

5) أنشئ (C_f) — 1,25ن

الجزء 3

نعتبرالمتتالية (u_n) المعرفة ب : $u_0\in[0;1]$ و $\forall n\in N \ : \ u_{n+1}=\frac{1}{5}f(u_n)$

1) بين أن $\forall n\in N \ : \ 0\leq u_n\leq 1$ — 1ن

2) بين ان المعادلة $f(x)=5x$ تقبل حلا وحيدا α في المجال $[0;1]$ — 1ن

3) باستعمال متفاوتة التزايدات المنتهية ، بين أن $\forall n\in N \ : \ |u_{n+1}-\alpha|\leq\frac{\pi+1}{5}|u_n-\alpha|$ — 1ن

4) حدد $\lim\limits_{+\infty} u_n$ — 1,25ن