❖ التمرين رقم 01:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$$f(x)=(x-1)-\sqrt{\frac{x}{x-1}} \quad .$$

1)- بين أن $D_f=]-\infty;0]\cup]1;+\infty[$.

2)- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to 1^+} f(x)$ ، ثم اعط تأويلها الهندسي .

3)- أ- أحسب االنهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$ ، ثم بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ و $-\infty$ مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y=x-2$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و مقاربه المائل (Δ) .

4)- أ- أدرس قابلية إشتقاق f على اليسار في الصفر ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

ب- بين أن : $\left(\forall x\in]-\infty;0[\cup]1;+\infty[\right); f'(x)=1+\dfrac{1}{2(x-1)^2\sqrt{\dfrac{x}{x-1}}}$.

ج- ضع جدول تغيرات f .

5)- بين أن المنحنى (C_f) يقطع المحور (Ox) في نقطة وحيدة أفصولها α بحيث $\alpha\in\left]2;\frac{5}{2}\right[$.

6)- أ- أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ب- ناقش مبيانيا و تبعا لقيم البارامتر الحقيقي m عدد حلول كل معادلة مما يلي :

$(E_1): f(x)=m$ و $(E_2): f(x)=x+m$.

7)- لتكن g قصور الدالة f على المجال $I=]1;+\infty[$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$.

ب- أرسم بلون مغاير المنحنى $(C_{g^{-1}})$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

ج- بين أن g^{-1} قابلة للإشتقاق في الصفر و أن : $\left(g^{-1}\right)'(0)=\dfrac{2(\alpha-1)^3}{1+2(\alpha-1)^3}$.

❖ التمرين رقم 02:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $]-\infty;1]$ بما يلي :

$$f(x)=(x-1)+3\sqrt[3]{1-x} \quad .$$

1)- أحسب النهاية $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2)- بين أن المنحنى (C_f) يقبل بجوار $-\infty$ فرعا شلجميا في إتجاه المنصف الأول .

3)- أدرس قابلية إشتقاق f على اليسار في $x_0 = 1$ ، ثم أول النتيجة هندسيا .

4)- أ- بين أن : $\left(\forall x \in]1;+\infty[\right); f'(x) = \dfrac{\sqrt[3]{(x-1)^2}-1}{\sqrt[3]{(x-1)^2}}$.

ب- ضع جدول تغيرات f .

5)- بين أن المنحنى (C_f) يقطع المحور في نقطتين ينبغي تحديد أفصوليهما .

6)- أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

7)- لتكن g قصور الدالة f على المجال $J =]-\infty;0]$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال K ينبغي تحديده .

ب- بين أن g^{-1} قابلة للإشتقاق في الصفر و أحسب $\left(g^{-1}\right)'(0)$.

ج- أرسم بلون مغاير المنحنى $\left(C_{g^{-1}}\right)$ في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

إنتهى الموضوع .