ثـــانوية بـئـــر أنـــزران صفـــرو
مؤسسة الياسمين للتعليم الخاص

امتحان تجريبي في الرياضيات
مـــاي 2012

المعامل 4
المدة: ساعتان

مسلك العلوم الاقتصادية و مسلك علوم التدبير المحاسباتي

تعليمات للمترشح

- يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة.
- مدّة إنجاز موضوع الامتحان: ساعتان.
- يتكوّن الموضوع الذي بين يديك من أربعة تمارين مستقلة فيما بينها في ثلاث صفحات
(الصفحة الأولى تتضمّن معلومات و الصفحتان الثانية و الثالثة تتضمّنان تمارين الامتحان).
- يرجى منك الإجابة على التمارين وفق الترتيب الذي تختاره، لكن يتعيّن عليك في ترقيم أجوبتك، اعتماد نفس ترقيم التمارين و الأسئلة الوارد في الموضوع.
- يستحسن ترقيم صفحات أوراق التحرير ضماناً لتيسير عملية التصحيح.
- ينبغي تفادي استعمال اللّون الأحمر عند تحرير الأجوبة.
- تحقّق من معالجتك لكلّ تمارين الموضوع قبل مغادرة قاعة الامتحان.

معلومات خاصّة

يتكوّن الموضوع من أربعة تمارين تتوزّع حسب المجالات التّالية:

التمرين	المجال	النقطة الممنوحة
التمرين الأول	دراسة دالة و حساب التكامل	10.25
التمرين الثاني	المتتاليات العددية	4
التمرين الثالث	حساب الاحتمال	3.75
التمرين الرابع	استخراج نتائج من مبيان دالة عددية	2

بالتوفيق

امتحان تجريبي في الرياضيات
ماي 2012

يسمح باستعمال الآلة الحاسبة غير القابلة للبرمجة

التمرين 1

I) نعتبر الدالة g المعرّفة على $]0,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=2-2x^4-6\ln x$

1) أحسب $g'(x)$ و أدرس إشارتها و ضع جدول التغيّرات (حساب النهايات غير مطلوب) — 0.5+0.5

2) أحسب $g(1)$ ثمّ استنتج أنّ لكلّ x من $]0,1[$: $g(x)\geq 0$ و أنّ لكلّ x من $]1,+\infty[$: $g(x)\leq 0$. — 0.75+0.25

II) نعتبر الدالة f المعرّفة على $]0,+\infty[$ بما يلي: $f(x)=4-2x+\dfrac{2\ln x}{x^3}$

و C_f منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ حيث $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=2cm$.

1) أحسب $\lim\limits_{x\to 0+} f(x)$ و أعط تأويلاً هندسياً للنتيجة. — 0.25+0.5

2) أحسب $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x)$ و بيّن أنّ المستقيم $(\Delta): y=4-2x$ مقارب مائل ل C_f جوار $+\infty$. — 0.75+0.5

3) أ) بيّن أنّ $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x^4}$ لكلّ x من $]0,+\infty[$. — 1

ب) أدرس إشارة $f'(x)$ و ضع جدول التغيرات (يمكنك استعمال I) 2)) — 0.75

4) أنشئ C_f و (Δ) معطيات: $f(2,2)\approx 0$. — 1.25

III) **1)** أ) تحقّق أنّ الدالة $x\mapsto -\dfrac{1}{2x^2}$ هي دالة أصلية للدالة: $x\mapsto \dfrac{1}{x^3}$ — 0.5

ب) بيّن مستعملاً مكاملة بالأجزاء أنّ: $\int_1^2 \dfrac{\ln x}{x^3}\,dx=\dfrac{3-2\ln 2}{16}$ — 1.5

2) أحسب التكامل: $\int_1^2 (4-2x)\,dx$ — 0.5

3) حدّد ب cm^2 مساحة الحيّز المحصور بين C_f و محور الأفاصيل و المستقيمين $x=1$ و $x=2$ — 0.75

التمرين 2

نعتبر المتتاليتين $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ و $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرّفتين بما يلي: $u_0=3$ و $u_{n+1}=\dfrac{3}{7}u_n+\dfrac{8}{7}$ و $v_n=u_n-2$

1) بيّن بالترجع أنّ لكلّ n من $\mathbb{N}$: $u_n>2$. — 1

2) بيّن أنّ المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية و استنتج أنّها متقاربة. — 1

3) بيّن أنّ المتتالية $(v_n)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية محدّداً أساسها و حدّها الأوّل. — 1

4) استنتج أنّ لكلّ n من $\mathbb{N}$: $u_n=(\dfrac{3}{7})^n+2$ ثمّ أحسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$. — 1

التمرين ③

يحتوي صندوق على 12 كرة موزعة كما يلي:

الرقم المسجل على الكرة		②	③
لون الكرة	بيضاء	3	5
	خضراء	2	2

كلّ الكرات لها نفس احتمال السحب

I) نسحب بتتابع و دون إحلال ثلاث كرات من هذا الصندوق، نعتبر الحدثين:

A :" الكرات الثلاث المسحوبة من نفس اللون ".

B :" الكرات الثلاث المسحوبة تحمل نفس الرقم "

1) بيّن أنّ: $p(A)=\frac{3}{11}$ و أحسب $p(B)$. — 0.75+0.5

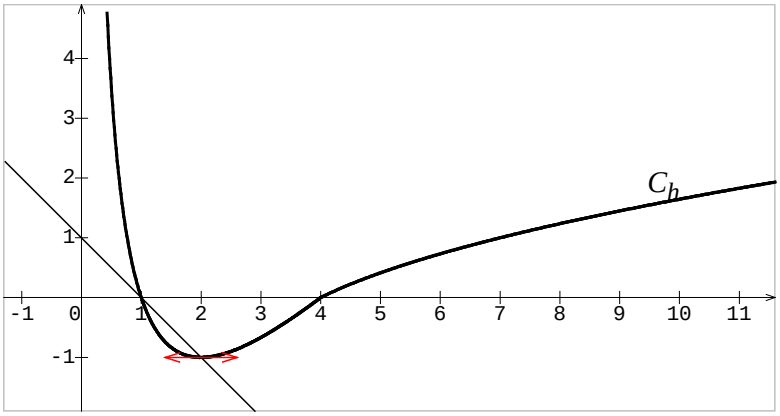
2) علماً أنّ الكرات المسحوبة تحمل نفس اللون ما هو احتمال أن تحمل نفس الرّقم ؟ — 0.75

II) نسحب تآنياً كرتين من هذا الصندوق، ليكن المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة ممكنة بمجموع الرقمين المسجلين على الكرتين المسحوبتين.

أ) تحقّق أنّ قيم X الممكنة هي: $\{4\,,5\,,6\}$ — 0.5

ب) حدّد قانون احتمال X . — 1.25

التمرين ④



نعتبر منحنى دالة h معرّفة و قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$.

من خلال قراءتك للمبيان:

1) حدّد النهايات: $\lim\limits_{x\to 0+} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty} h(x)$ و $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{h(x)}{x}$ — 0.75

2) ضع جدول تغيّرات الدالة h على $]0,+\infty[$. — 0.5

3) أ) حدّد إحداثيات نقط تقاطع C_h مع المستقيم $(\Delta): y=-x+1$. — 0.25

ب) حلّ في $]0,+\infty[$ المتراجحة: $h(x)+x-1\geq 0$. — 0.5