2011/2012	الموسم الدراسـي	فرض محروس رقم 3	ثـانـويـة وادي الـذهـب
ساعتان	مدة الإنجـاز	في مادة الرياضـيات	ثا.محمد بن الحسن الوزاني
2BSM	المستوى الدراسي	www.taalimona.com	تيـفلت – الخميسـات

التنقيط

يؤخذ بعين الاعتبار طريقة تنظيم ورقة التحرير و الدقة في الأجوبة.

I-) نعتبر الدالة العددية f_n المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي:

$f_n(x) = xe^{-\frac{n}{x}}, x \neq 0$ و $f_n(0)=0$ ، حيث n عدد صحيح طبيعي غير منعدم.

و ليكن (C_n) منحناها في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1)-أ- بين أن f_n متصلة في الصفر على اليمين. (1ن)

ب- بين أن f_n قابلة للاشتقاق في 0 على اليمين ثم أول هذه النتيجة هندسيا. (1ن)

ج- أحسب النهايات التالية: $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ ، $\lim\limits_{x\to-\infty} f_n(x)$ و $\lim\limits_{x\to 0^-} f_n(x)$. (1ن)

2)-أ- أدرس قابلية اشتقاق f_n ، ثم بين أن $\forall x \in \mathbb{R}^*, f_n'(x)=\left(\frac{x+n}{x}\right)e^{-\frac{n}{x}}$. (1ن)

ب- ضع جدول تغيرات الدالة f_n ، و استنتج أن $\forall x<0, f_n(x)<1$. (1ن)

3)-أ- بين أن (C_n) يقبل مقاربا مائلا (Δ_n) بجوار كل من $+\infty$ و $-\infty$ يتم تحديده. (1ن)

ب- أنشئ المنحنى (C_1) و المستقيم (Δ_1) في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$. (1ن)

II-) 1)-أ- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^*, \exists! \alpha_n \in \mathbb{R} / f_n(\alpha_n)=1$. (1ن)

ب- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^*, \alpha_n>1$. (0.5ن)

ج- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^*, f_n(\alpha_{n+1})=e^{\frac{1}{\alpha_{n+1}}}$ ، ثم استنتج رتابة المتتالية $(\alpha_n)_{n\geq1}$. (1ن)

2)- لتكن g الدالة العددية المعرفة على $[1,+\infty[$ بما يلي: $g(x)=x\ln x$.

أ- بين أن الدالة g تقابل من $[1,+\infty[$ نحو مجال J ينبغي تحديده. (0.5ن)

ب- أعط جدول تغيرات الدالة g^{-1}. (0.5ن)

ج- تحقق أن $g(\alpha_n)=n$ ، ثم استنتج أن $\lim\limits_{n\to+\infty}\alpha_n=+\infty$. (1ن)

III-) لتكن (u_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي: $u_0=1$ و $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1}=f_1(u_n)$.

1)-أ- بين أن $f_1([0,1])\subset[0,1]$ و استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \in [0,1]$. (1ن)

ب- حدد رتابة المتتالية (u_n) و استنتج أنها متقاربة. (1ن)

ج- حدد نهاية المتتالية (u_n). (1ن)

2)- تحقق أن الدالة f_n تقبل دالة أصلية G على المجال $[0,+\infty[$. (0.5ن)

IV-) نعتبر الدالة F المعرفة على المجال $[0,+\infty[$ بما يلي: $F(x)=G(2x)-G(x)$.

1)-أ- بين أن $\forall x>0, xf_n(x)<F(x)<xf_n(2x)$. (1ن)

ب- بين أن $\lim\limits_{x\to0^+}\frac{F(x)}{x}=0$ ، و أول هندسيا هذه النتيجة. (1ن)

ج- أدرس الفرع اللانهائي لمنحنى الدالة F بجوار $+\infty$. (1ن)

2)-أ- بين أن F قابلة للاشتقاق على $]0,+\infty[$ ، ثم أحسب $F'(x)$ لكل x من $]0,+\infty[$. (1ن)

ب- ضع جدول تغيرات الدالة F. (0.5ن)

ج- أنشئ منحنى الدالة F . (1ن)