

فرض محروس رقم 1  
(الدورة الأولى)

موضوع الفرض	التقيط
<p><b>تمرين 1</b></p> <p>نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة على المجال <math>I = [-1, 3]</math> بـ : <math>f(x) = \frac{2x-3}{4-x}</math></p> <p>(1) ادرس تغيرات الدالة <math>f</math> واستنتج أن <math>f(I) = I</math></p> <p>(2) نعتبر المتتالية <math>(u_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> المعرفة بـ : <math>u_0 = 2</math> و <math>\forall n \in \mathbb{N} \quad u_{n+1} = \frac{2u_n - 3}{4 - u_n}</math></p> <p>باستعمال الدالة <math>f</math> والبرهان بالترجع بين أن :</p> <p>(أ) <math>\forall n \in \mathbb{N} \quad -1 \leq u_n \leq 3</math></p> <p>(ب) المتتالية <math>(u_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> تناقصية</p> <p>(ج) بين أن المتتالية <math>(u_n)_{n \in \mathbb{N}}</math> متقاربة واحسب نهايتها .</p>	<p>1,5</p> <p>1</p> <p>1</p> <p>1</p>
<p><b>تمرين 2</b></p> <p>نعتبر الدالة <math>f</math> المعرفة بـ : <math>f(x) = \frac{x-x^2}{E\left(\frac{x}{2}\right)}</math></p> <p>(1) بين أن مجموعة تعريف الدالة <math>f</math> هي : <math>D_f = ]-\infty, 0[ \cup ]2, +\infty[</math></p> <p>(2) احسب نهايات الدالة <math>f</math> عند محددات <math>D_f</math></p> <p>(3) بين أن الدالة <math>f</math> متصلة في العدد 3</p> <p>(4) بين أن الدالة <math>f</math> غير متصلة في العدد 4</p> <p>(5) ليكن <math>a \in D_f</math> ادرس اتصال <math>f</math> في <math>a</math></p>	<p>0,5</p> <p>2</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>1</p>
<p><b>تمرين 3</b></p> <p>لتكن <math>f</math> دالة متصلة على <math>]a, b[</math> بحيث <math>a &lt; b</math> و <math>\lim_{x \rightarrow b^-} f(x) = -\infty</math> و <math>\lim_{x \rightarrow a^+} f(x) = +\infty</math></p> <p>(1) باستعمال تعريف النهاية بين ان : <math>\exists \alpha \in ]a, b[ ; \exists \beta \in ]a, b[ / f(\alpha) \cdot f(\beta) &lt; 0</math></p> <p>(2) استنتج أن المعادلة <math>f(x) = 0</math> تقبل حلا على الأقل في <math>]a, b[</math></p> <p>(3) لتكن <math>g</math> دالة متصلة على <math>]a, b[</math></p> <p>بين أن : <math>\exists c \in ]a, b[ / f(c) = g(c)</math></p> <p>(4) استنتج أن : <math>\exists c \in ]a, b[ / \sqrt{\frac{b-c}{c-a}} - \sqrt{\frac{c-a}{b-c}} = \sqrt{(b-c)(c-a)}</math></p>	<p>1,5</p> <p>0,5</p> <p>0,5</p> <p>1</p>
<p><b>تمرين 4</b></p> <p>لتكن <math>(u_n)_{n \geq 1}</math> و <math>(v_n)_{n \geq 1}</math> المتتاليتين المعرفتين بـ : <math>v_n = u_n + \frac{1}{2^n}</math> و <math>u_n = \sum_{k=1}^n \frac{1}{k \cdot 2^k}</math></p> <p>(1) بين أن : <math>\forall k \in \mathbb{N}^* \quad \frac{1}{k \cdot 2^k} \leq \frac{1}{k} - \frac{1}{k+1}</math> واستنتج أن : <math>(u_n)_{n \geq 1}</math> مكبورة بالعدد 1</p> <p>(2) بين أن المتتاليتين <math>(u_n)_{n \geq 1}</math> و <math>(v_n)_{n \geq 1}</math> متحاديتان</p>	<p>2</p> <p>1,5</p>
<p><b>تمرين 5</b></p> <p>(1) احسب <math>\lim_{x \rightarrow -\infty} \frac{x + \sqrt{x^2 + 1}}{x + \sqrt{x^2 + 2}}</math></p> <p>(2) حدد مجموعة تعريف الدالة <math>f : x \rightarrow \frac{\sqrt{5x-1} - x^3 + 5}{\cos\left(\frac{\pi x}{4}\right)}</math> وبين انها تقبل تمديدا بالاتصال في 2</p>	<p>1,5</p> <p>2,5</p>