ع ر 1 - 2h - 27/10/11	فرض محروس رقم 1 - د - I	ثانوية وادي الذهب التأهيلية تيفلت نيابة الخميسات

التمرين الأول : 1) حدد معللا جوابك، قيمة حقيقة كل عبارة من العبارات الثلاث الآتية :

(1) (P_1) : " $\forall y \in \mathbb{R} ; \exists x \in \mathbb{R} : x - 2y = 1$ "

(1) (P_2) : " $\exists x \in \mathbb{R} , \forall y \in \mathbb{R} : x - 2y = 1$ "

(1) (P_3) : " $(P_1) \Longrightarrow (P_2)$ "

2) ليكن n عدد صحيح طبيعي.

(1,5) أ - بين أن : $\left(\exists k \in \mathbb{N} : 13 = (n+4).k\right) \Longleftrightarrow \left(\frac{n+17}{n+4} \in \mathbb{N}\right)$.

(1,5) ب - إستنتج صحة العبارة (P) : " $\exists ! n \in \mathbb{N} : \frac{n+17}{n+4} \in \mathbb{N}$ "

التمرين الثاني : 1) بين أن :

(1) $\forall (x;y) \in \mathbb{R}^2 ; x^2 + y^2 = x + y - \frac{1}{4} \Longleftrightarrow (x - \frac{1}{2})^2 + (y - \frac{1}{2})^2 = \frac{1}{4}$

2) نعتبر المجموعتين :

$E = \left\{ (x;y) \in \mathbb{R}^2 / x^2 + y^2 - (x+y) = -\frac{1}{4} \right\}$

$F = [0;1] \times [0;1]$

(1,5) أ - بين أن : $E \neq \emptyset$ ثم حدد من بين هذه الأزواج تلك التي تنتمي إلى E و F :
$(1;1) ; (1;0) ; (\frac{1}{2};1) ; (1;\frac{1}{2})$

(1,5) ب - بين أن $E \subset F$ و أن $F \neq E$

(1) ج - إستنتج $\overline{F} \cap \overline{E}$ حيث $\overline{E} = C_{\mathbb{R}^2}^{E}$ و $\overline{F} = C_{\mathbb{R}^2}^{F}$

(1) د - حدد $\overline{F}$.

(1,5) 3) بسط المجموعة : $\overline{B} \cup (A \Delta B) \Delta (A \cap B)$ حيث A و B جزئين من مجموعة E.

التمرين الثالث : 1) نعتبر المجموعتين $A = \left\{ (5+4k)\frac{\pi}{10} / k \in \mathbb{Z} \right\}$ و $B = \left\{ (5+8k)\frac{\pi}{20} / k \in \mathbb{Z} \right\}$

(1,5) مستعملا استدلالا بالخلف، بين أن : $A \cap B = \emptyset$

2) نعتبر الأعداد الحقيقية $U_0 , U_1 , U_2 , \ldots , U_n ; \ldots$ المرتبطة بينها بالعلاقة :
$U_0 = 2$ و $U_{n+1} = \frac{2U_n - 1}{U_n}$

(1,5) أ - بين بالترجع أن : $\forall n \in \mathbb{N} ; 1 < U_n$

(1) ب - إستنتج أن : $\forall n \in \mathbb{N} : U_{n+1} < U_n$

3) نعتبر المتراجحة (I) : $\sqrt{6-5x} - \sqrt{5-x} < -1$

(1,5) أ) بين أن $D_{(I)} =]-\infty ; \frac{6}{5}]$. ب) حل في $\mathbb{R}$ المتراجحة (I).

(1) 4) بين أن : $\forall x \in \mathbb{R} ; x^2 - 2x.\sin x + 1 \geqslant 0$ ثم حدد نوع الاستدلال المستعمل.