التمريـــــن 1:

1)حدد تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الأقليدية للعدد 3^n على العدد 7 .

2)استنتج باقي القسمة الأقليدية للعدد 506390^{28} على 7 .

التمريـــــن 2:

1)حدد تبعا لقيم العدد الطبيعي n باقي القسمة الأقليدية للعدد 2^n على العدد 7 .

2)استنتج باقي القسمة الأقليدية للعدد $16^{2^{1000}}$ على 7 .

التمريـــــن 3:

لكل n من N نضع: $a=\dfrac{(n+1)(n+4)}{2}$ و $b=\dfrac{n(n+1)}{2}$.

بين أنه إذا كان $n=4k+1$ حيث k من N فإن $a\wedge b=\dfrac{n+1}{2}$.

التمريـــــن 4:

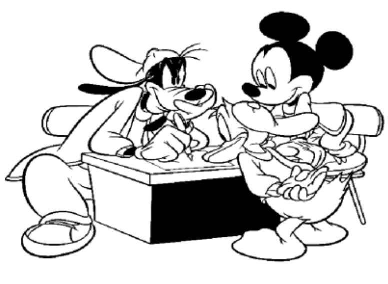
1)بين أن $(2+5n)\wedge(3+8n)=1$ لكل n من N .

2) لكل n من N نضع : $a=(5n+2)(n+1)$ و $b=8n+3$.

أ) بين أن $a\wedge b=(8n+3)\wedge(n+1)$

ب) بين أن $a\wedge b=1$ أو $a\wedge b=5$

ج) حدد قيم n من N التي من أجلها يكون $a\wedge b=5$.



http://www.vrac-coloriages.net

التمريـــــن 5:

بين أن $x\equiv 3\ [5] \Leftrightarrow x^2+29x+29\equiv 0\ [25]$: $(\forall\ x\in Z)$

تمريـــــن 6:

ليكن a عددا طبيعيا . نضع $x=35a+57$ و $y=45a+76$.

بين أن $x\wedge y=1$ أو $x\wedge y=19$.

التمريـــــن 7:

1) ليكن x عنصرا من Z .

أ) بين أن : $(x^2\equiv 0\ [5])$ أو $(x^2\equiv 1\ [5])$ أو $(x^2\equiv 4\ [5])$.

ب) بين أن $(x\equiv 0\ [5]) \Leftrightarrow (x^2\equiv 0\ [5])$.

2) لتكن a، b و c أعدادا طبيعية غير منعدمة حيث $a^2+b^2=c^2$.

بين أن 5 يقسم أحد الأعداد a، b أو c .

التمريـــــن 8:

ليكن a و b عددين صحيحين نسبيين حيث $a\wedge b=1$.نضع : $\delta=(a+b)\wedge(a-b)$.

1) بين أن $\delta\in\{1;2\}$.

2) بين أن $(a\equiv b\ [2]) \Leftrightarrow \delta=2$.

التمريـــــن 9:

نضع $\delta=(n^2+1)\wedge(n(n^2-1))$ حيث n من N .

بين أن $\delta=(n^2-1)\wedge 2$.

حدد الشرط اللازم والكافي على n لكي يكون $\delta=1$.

تقديـــم ذ. العربي الوظيفي

التمريـــن 10:

1) ليكن a عددا صحيحا نسبيا .

أ)حدد باقي قسمة العدد a على 3 علما أن $a \equiv 7\ [12]$.

ب) حدد باقي قسمة العدد a على 6 علما أن $a \equiv 2\ [3]$.

2)حدد باقي قسمة $(61709558)^{2010}$ على 11 .

3)حدد باقي قسمة $(2011)^{2011}$ على 13 .

التمريـــن 11:

http://www.vrac-coloriages.net

لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $A_n = 5^{(2^n)} - 1$

1) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : A_n = 4\prod_{k=0}^{n-1}(A_k+2)$

2) بين أن $(\forall n \in \mathbb{N}) : A_n \equiv 0\ [2^{n+2}]$

التمريـــن 12:

ليكن n من $\mathbb{N}$.

1) نضع $N = (275423)^n + (372121)^n$.

حدد قيم n التي من أجلها يقبل N القسمة على 3 .

2) حدد قيم n التي من أجلها يقبل $(n^3 - 24)$ القسمة على $(n-3)$.

التمريـــن 13:

1) ليكن a و m من $\mathbb{N}^*-\{1\}$. بين أنه إذا كان $a^m - 1$ أولي فإن $a = 2$.

2) ليكن p و q من $\mathbb{N}^*-\{1\}$. بين أن $(2^p-1)/(2^{pq}-1)$ و $(2^q-1)/(2^{pq}-1)$.

3) ليكن n من $\mathbb{N}$. بين أنه إذا كان $2^n - 1$ أوليا فإن n أولي .

4) تحقق أن $2^{11} - 1$ ليس أوليا .

التمريـــن 14:

1) ليكن a و b من $\mathbb{N}^*$ حيث a^2 يقسم $2b^2$. نضع : $d = a \wedge b$ و $a = d\alpha$ و $b = d\beta$.

أ) بين أن $\alpha^2 \wedge \beta^2 = 1$.

ب) بين أن $\alpha^2 / 2\beta^2$.ثم استنتج أن $\alpha = 1$ وأن a/b.

2) ليكن x و y و n من $\mathbb{N}^*$ حيث : $(x-2n)(y-2n) = 2n^2$. نضع $d = (x-2n) \wedge (y-2n)$ و $\delta = x \wedge y$

أ) بين أن d/n ثم استنتج أن d/δ .

ب) بين أن $x^2 + y^2 = (x+y-2n)^2$.

ج) بين أن δ / d ثم استنتج أن $x \wedge y = (x-2n) \wedge (y-2n)$

د) حدد x و y علما أن $n = 30$ و $x \wedge y = 1$ و $x \prec y$.

التمريـــن 15:

ليكن a و b و A و B من N حيث : $A = 11a + 2b$ و $B = 18a + 5b$

1) أ) احسب $7A + B$ بدلالة a و b

ب)استنتج أنه إذا كان أحد العددين A و B يقبل القسمة على 19فإن الاخر كذلك يقبل القسمة على 19

2) بين أنـه اذا كان $a \wedge b = 1$ فان $A \wedge B = 1$ او $A \wedge B = 19$

تقديـــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 16:

لتكن (x_n) متتالية عددية معرفة بما يلي $x_0 = 3$ و $x_{n+1} = 2x_n - 1$ لكل n من N .

و (y_n) متتالية عددية معرفة بما يلي $y_0 = 1$ و $y_{n+1} = 2y_n + 3$ لكل n من N .

1) أ) بين أن $x_n = 2^{n+1} + 1$ $(\forall n \in N)$.

ب) أثبت أن $x_{n+1} \wedge x_n = 1$ $(\forall n \in N)$

2) بين أن $2x_n - y_n = 5$ $(\forall n \in N)$ ثم اعط تعبير y_n بدلالة n .

3) حدد بواقي القسمة الأقليدية للعدد 2^p على 5 تبعا لقيم العدد الطبيعي p.

4) لكل n من N نضع : $d_n = x_n \wedge y_n$.

أ) بين أن $d_n = 1$ أو $d_n = 5$.

ب) حدد المجموعة $S = \{n \in N / d_n = 5\}$

التمريـــــن 17:

نعتبر في $(N^*)^2$ المعادلة (E) التالية : $(E): x^2(x^2+7) = y(2x+y)$

ليكن $(x;y)$ عنصرا من $(N^*)^2$ وليكن δ القاسم المشترك الاكبر للعددين x و y.

نضع : $x = \delta a$ و $y = \delta b$.

1) نفترض ان $(x;y)$ حل المعادلة (E) .

ا.تحقق ان : $a^2(\delta^2 a^2 + 7) = b(2a+b)$

ب.استنتج انه يوجد عدد صحيح طبيعي k بحيث : $\delta^2 a^2 + 7 = kb$ و $2a + b = ka^2$.

ج.استنتج ان : $(b+1)^2 = \delta^2 + 8$.

2) حل في $(N^*)^2$ المعادلة (E) .

التمريـــــن 18:

في المجموعة $Z \times Z$ نعتبر المعادلة : $11x - 24y = 1$ (E)

1) ا. بين ان المعادلة (E) تقبل حلولا في $Z \times Z$.

ب. باستعمال خوارزمية اقليدس اوجد حلا خاصا للمعادلة (E) ثم استنتج مجموعة حلول المعادلة (E) .

2) ا. ليكن S عددا صحيحا طبيعيا .اثبت ان $10^S - 1$ مضاعف للعدد 9 .

ب. ليكن الزوج (m,n) حلا للمعادلة (E).بين ان $(10^{11m} - 1) - 10(10^{24n} - 1) = 9$.

3) ا. بين ان $10^{11} - 1$ يقسم $10^{11k} - 1$ مهما يكن العدد الطبيعي k .

ب. استنتج وجود عددين صحيحين M و N بحيث : $(10^{11} - 1)M - (10^{24} - 1)N = 9$.

4) ا. بين ان كل قاسم مشترك للعددين $10^{24} - 1$ و $10^{11} - 1$ هو قاسم للعدد 9 .

ب. حدد القاسم المشترك الاكبر للعددين $10^{24} - 1$ و $10^{11} - 1$.

التمريـــــن 19:

نضع لكل n من N $U_n = 2^n + 5^n$

1) بين أن : $U_{n+2} = 7U_{n+1} - 10U_n$ $(\forall n \in N)$

2) بين ان كل قاسم مشترك للعددين U_n و U_{n+1} يقسم 3×2^n و 3×5^n

3) بين ان U_n و U_{n+1} اولين فيما بينهما .

تقديـــــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 20:

نعتبر المتتالية العددية المعرفة بما يلي : $\begin{cases} U_0 = 2 \quad \text{و} \quad U_1 = 2a+1 \\ U_{n+2} = (2a+1)U_{n+1} - a(a+1)U_n \quad ; \; n \in N \end{cases}$ $(a \in N^*)$

1) بين أن : $U_{n+1} \wedge a(a+1) = 1 \quad ; \quad (\forall n \in N)$

2) بين أن : $U_{n+1} \wedge U_n = 1 \quad ; \quad (\forall n \in N)$

3) بين أن : $U_{2n+1} \equiv 0[2a+1] \quad ; \quad (\forall n \in N)$.

4) أ) بين أن : $\begin{cases} \alpha \wedge \beta = 1 \\ \gamma / \alpha \end{cases} \Rightarrow \alpha \wedge \beta\gamma = |\gamma|$.

ب) استنتج أن : $U_{2n+3} \wedge U_{2n+1} = 1 + 2a$ لكل n من N .

التمريـــــن 21:

ليكن a و b من Z^* وp عددا اوليا .

1.بين انه اذا كان p قاسما ل a^2b^2 و a^2+b^2 فانه يقسم a و b

2.بين انه اذا كان $a \wedge b = 1$ فان $(a^2+b^2) \wedge (a^2b^2) = 1$

3.نعتبر في N^2 النظمة : $\begin{cases} x^2 + y^2 = 1300 \\ x^2 \vee y^2 = 3600 \end{cases}$ (I)

أ) بين أن : $(I) \Leftrightarrow \begin{cases} d^2(\alpha^2 + \beta^2) = 1300 \\ d^2\alpha^2\beta^2 = 3600 \end{cases}$ حيث $d = x \wedge y$ و $\alpha = \dfrac{x}{d}$ و $\beta = \dfrac{y}{d}$

ب-حل في N^2 النظمة (I) .

التمريـــــن 22:

حل المعادلات التالية :

1) $x^2 - \bar{5}x + \bar{3} = \bar{0}$ في $Z/_{7Z}$ (2 $x^2 + x - \bar{2} = \bar{0}$ في $Z/_{7Z}$ (3 $\bar{7}x^2 + x + \bar{3} = \bar{0}$ في $Z/_{13Z}$

التمريـــــن 23 :

نعتبر المعادلة $289x - 455y = 13$ (E) $(x,y) \in Z^2$

1) ا.بين ان (x,y) حل المعادلة (E) يستلزم ان x مضاعف ل 13 .

ب.نضع $x = 13k$ و $k \in Z$.

حل في Z المعادلة : $289k \equiv 1[35]$ و $k \in Z$ ثم استنتج حلا خاصا للمعادلة (E)

ج.حل المعادلة (E) في Z^2 .

2) نضع $d = x \wedge y$ حيث (x,y) حل المعادلة (E) .

حدد القيم الممكنة للعدد d ثم الحلول (x,y) للمعادلة (E) بحيث x و y اوليان فيما بينها .

التمريـــــن 24:

ليكن A من N حيث $A = \overline{55}_{(x)}$ و $A = \overline{37}_{(y)}$

1)حدد القيم الممكنة ل x و y .

2)حدد x و y إذا علمت انه يوجد B حيث : $B = \overline{121}_{(x)}$ و $B = \overline{59}_{(y)}$

3)اكتب A و B في نظمة العدد العشري .

تقديـــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 25:

ليكن x و y من N^* حيث : $\begin{cases} x^2+y^2=625 \\ x\wedge y=1 \end{cases}$

1) بين أن أحد العددين x و y زوجي والاخر فردي .

2) نفترض أن x زوجي .

أ)بين ان : $(25-x)\wedge(25+x)=1$

ب)بين أنه يوجد عدادن طبيعيان فرديان m و n بحيث : $25+x=m^2$ و $25-x=n^2$ و $m\wedge n=1$

3)حدد العددين x و y .

4)استنتج انطلاقا مما سبق حلول المعادلة : $x^2+y^2=625$: $(x,y)\in N^{*2}$

التمريـــــن 26:

a و b و c من N حيث : $a=\overline{13054}_{(x)}$ و $b=\overline{114}_{(x)}$ و $c=\overline{111}_{(x)}$ نفرض ان $a=bc$

1) حدد x و كتابة كل a و b و c في نظمة العدد العشري .

2) احسب $b\wedge c$.

http://www.vrac-coloriages.net

التمريـــــن 27:

ليكن x و y عددين طبيعيين غير منعد مين حيث $x\wedge y=1$

1) بين أن أحد العددين $x+y$ و xy فردي والاخر زوجي

2) حدد في N^* قواسم 84 .

3) حدد في N^* العددين a و b حيث $\begin{cases} a+b=84 \\ a\vee b=(a\wedge b)^2 \end{cases}$

التمريـــــن 28:

ليكن n عددا طبيعيا . نضع : $U_n=3.81^{n+1}+(16n-54).9^{n+1}-320n^2-144n+243$

1) بين أن 8 يقسم كلا من العددين $a=27(9^n-1)+40n$ و $b=9(9^n-1)-8n$

2) نضع : $\alpha_n=\frac{1}{8}a$ و $\beta_n=\frac{1}{8}b$

أ- بين انه : $(\forall n\in N):\ 64\alpha_n\times\beta_n=U_n$

ب- استنتج أن 2^{12} يقسم العدد U_n .

التمريـــــن 29:

1) ليكن m و n من N* حيث $m\wedge n=1$.

بين أن $2m^2+n^2\not\equiv 0\ [5]$ ثم استنتج أن $(2m^2+n^2)\wedge 5=1$.

2) نعتبر المعادلة $2x^3+x-5=0\ ;\ x\in R$.

أ.بين أن المعادلة تقبل حلا وحيدا α حيث $1\prec\alpha\prec 2$.

ب.نفترض أن $\alpha=\frac{m}{n}$ حيث $m\wedge n=1$. تحقق أن $(2m^2+n^2)m=5n^3$

ج. بين أن $m=5$.

د.استنتج أن العدد α ليس جذريا

تقديـــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 30:

1) أ) بين أن $13n^3-11n+48$ يقبل القسمة على $(n+3)$ لكل n من N .

ب) بين أن $3n^2-9n+16\in N^*$ لكل n من N .

2) بين أن $a\wedge b=(bc-a)\wedge b$ لكل a و b و c من N.

3) بين أن $(3n^3-11n)\wedge(n+3)=46n(n+3)$ لكل n من $N-\{0;1\}$.

4) حدد القواسم الصحيحة الطبيعية للعدد 48 ثم استنتج مجموعة الأعداد الطبيعية حيث $\dfrac{3n^3-11n}{n+3}$.

التمريـــــن 31:

1) حل في Z^2 المعادلة : $409x-68y=17$

2) حل في $(Z/5Z)^2$ النظمة $\begin{cases}\overline{3}x+\overline{2}y=\overline{1}\\ \overline{2}x+\overline{4}y=\overline{3}\end{cases}$

2) ليكن x و y عنصرين من Z بحيث $x+y^2=y^3$

أ) نفترض أن : $xy\neq 0$.

a) بين أن y/x

b)نضع $x=dy$.أثبت أن y يقسم d .

ب) استنتج أنه يوجد α من Z^* حيث $x=\alpha(\alpha+1)^2$ و $y=\alpha+1$

ج) حل في Z^2 المعادلة : $x+y^2=y^3$.

التمريـــــن 32:

نعتبر المجموعة $S=\{(x,y)\in N^2/2^x-3^y=1\}$

1) بين أن $(2,1)\in S$ و $(1,0)\in S$.

2) نفترض أن $(x,y)\in N^2$ يخالف $(2,1)$ و $(1,0)$ وحيث $x\geq 0$ و $y\geq 2$.

أ) بين أن : $(x,y)\in S\Rightarrow 2^x\equiv 1\,[9]$

ب)بين أن : $x\equiv 0\,[6]\Leftrightarrow 2^x\equiv 1\,[9]$ واستنتج أن $S=\{(1,0),(2,1)\}$.

التمريـــــن 33:

1) ليكن p و q عددين طبيعيين . أثبت أن : $p\wedge q=1\Rightarrow p\wedge q^3=1$.

2) نعتبر المعادلة $3x^3+4x^2+11x-10=0\ ;\ x\in R\ :\ (E)$

أ) بين أن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا α في R وأن $\dfrac{1}{2}\prec\alpha\prec 1$.

ب) أثبت أنه إذا كان هذا الحل جذريا كتابته غير قابلة للإختزال هي $\alpha=\dfrac{a}{b}$

فإن a يقسم 10 و b يقسم 3.

ب) حدد α علما أن المعادلة (E) تقبل حلا جذريا .

د) حل في مجموعة الأعداد العقدية C المعادلة (E).

3) نضع لكل n من Z : $P(n)=3n^3+4n^2+11n-10$

أ)أثبت أن $p(n)\equiv 0\,[2]$ لكل n من Z .

ب) بين ان $p(n)\neq 0\,[3]$ لكل n من Z .

التمريـــــن 34:

حل في N^{*2} بحيث : $\begin{cases} x\wedge y = x-y \\ x\vee y = 400 \end{cases}$

التمريـــــن 35:

ليكن p عددا اوليا .

1) نفترض ان $p\geq 5$.

ا.بين ان $p^2\equiv 1[3]$ وان $2^p\equiv 2[3]$ ثم استنتج ان العدد p^2+2^p ليس اوليا .

ب.بين انه اذا كان p^2+2^p عددا اوليا فان $p=3$.

2) بين انه اذا كان p يقسم 2^p+1 فان $p=3$.

3) ا.تحقق من انه لكل x من N^* $(2x^2+x)^2 \prec 4(1+x+x^2+x^3+x^4) \prec (2x^3+x+2)^2$

ب.بين انه اذا كان مجموع القواسم الطبيعية الصحيحة للعدد p^4 مربعا كاملا فان $p=3$.

التمريـــــن 36:

نعتبر في Z^3 المعادلة : $x^2+5y^2=z^2 \quad (1)$.

1) نضع $\delta = x\wedge y$.بين انه يكفي لحل المعادلة (1) الاقتصار على الحالة $\delta=1$.

2) نضع $d=(z-x)\wedge(z+x)$. بين ان : $d=1$ او $d=2$.

3) بين انه اذا كان $d=1$ فانه يوجد عددان u و v من Z بحيث : u و v فرديان و $y=uv$ و $5u^2+v^2=z$.

4) بين انه اذا كان $y=2$ فانه يوجد عددان u و v من Z بحيث : u و v فرديان و $y=2uv$ و $5u^2+v^2=z$.

5) حل في Z^3 المعادلة (1) .

التمريـــــن 37:

لتكن a ، b و c أعدادا زوجية متتابعة من Z .

1) بين أن $abc\equiv 0\,[48]$.

2) ليكن x عنصرا من Z و n عددا صحيحا طبيعيا غير منعدم .

أ.بين أن : $\left(n\equiv 1\,[2]\right) \Leftrightarrow \left(\sum_{1}^{n}(x+k)\equiv 0\,[n]\right)$

ب.بين أن : $\prod_{k=1}^{n}(x+k)\equiv 0\,[n]$

التمريـــــن 38:

نضع $\delta=(n^3+n)\wedge(2n+1)$ حيث n من Z .

1) بين أن $\delta\wedge n=1$ وأن $\delta/(n^2+1)$.

2) بين أن $\delta\in\{1;5\}$.

3) بين أن $(n\equiv 2\,[5])\Leftrightarrow \delta=5$.

http://www.vrac-coloriages.net

تقديـــم :ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 39:

ليكن p عدد صحيح طبيعي أولي. نعتبر في $(\mathbb{N}^*)^2$ المعادلة $(E)\ :\ x^3-y^3=p$

1) نفترض أن (E) تقبل حلا $(x;y)$.

أ.بين أن $x-y=1$ و $x^2+xy+y^2=p$.

ب.بين أن $3xy+1=p$ ثم استنتج أن $p\equiv 1\ [p]$.

2) بين أن $(x;y)$ هو الحل الوحيد للمعادلة (E) .

أ. بين أن $4p-1=3(2y+1)^2$

ب. حل في $(\mathbb{N}^*)^2$ كلا من المعادلات :

$(E_1)\ :\ x^3-y^3=17$, $(E_2)\ :\ x^3-y^3=13$, $(E_3)\ :\ x^3-y^3=37$

التمريـــــن 40:

ليكن $(x;y)$ عنصرا من $\mathbb{Z}^2$ حيث $x+y=12$ و $x\wedge y=1$.

ليكن r باقي القسمة الإقليدية لعدد x على 12 ،و s باقي القسمة الإقليدية للعدد y على 12 .

1) بين أن $r+s=12$.

2) بين أن $(\exists\ x\in \mathbb{Z}):(x=12k+r$ و $y=-12k+s)$.

3) بين أن $r\wedge s=1$.

4) حل في $\mathbb{Z}^2$ النظمة $(\ x+y=12$ و $x\wedge y=1\ )$.

التمريـــــن 41:

نعتبر في $(\mathbb{N}^*)^2$ المعادلة . $(E)\ :\ x^2+y^2+xy-7x=0$

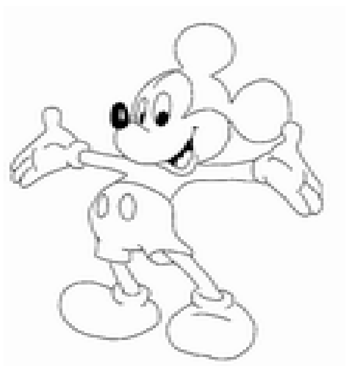
نفترض أن (E) تقبل حلا $(x;y)$. نضع $\delta=x\wedge y$ ، $x=\delta a$ و $y=\delta b$.

1) بين أن $(\exists\ c\in \mathbb{N}^*):\delta=ac$.

2) بين أن $c(a^2+b^2+ab)=7$.

3) بين أن $c=1$ ثم $a^2\leq 5$.

4) استنتج في $(\mathbb{N}^*)^2$ حل المعادلة (E) .



التمريـــــن 42:

1)ليكن n من $\mathbb{Z}$.

أ.بين أنه إذا كان n فرديا فإن $n^2\equiv 1\ [8]$

ب.بين أنه إذا كان n زوجيا فإن $n^2\equiv 0\ [8]$ أو $n^2\equiv 4\ [8]$.

2) حل في المجموعة $\mathbb{N}^2$ المعادلة التالية . $8x+1=y^2$

3) ليكن n عددا صحيحا نسبيا فرديا . بين أن $n^4\equiv 1[16]$.

التمريـــــن 43:

لكل n من $\mathbb{N}$ نضع : $a=4n+3$ و $b=5n+2$ و $d=a\wedge b$

1) حل في $\mathbb{Z}$ كلا من المعادلتين : $E_1\ :\ 4n+3\equiv 0\ [7]$ ، $E_2\ :\ 5n+2\equiv 0\ [7]$

2) أ) تحقق أن $5a-4b=7$ ثم استنتج قيم d .

ب) بين أن $7/b \Leftrightarrow 7/a$.

3) حدد قيمة d تبعا لقيم العدد الطبيعي n .

تقديـــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 44:

حل في Z النظمة $(3x \equiv 4\ [8]$ و $x \equiv 4\ [7])$.

التمريـــــن 45:

لكل n من N حيث $n \geq 5$ نضع : $a = n^3 - n^2 - 12n$ و $b = 2n^2 - 7n - 4$.

1) بين أن $(n-4)/a$ و $(n-4)/b$.

2) نضع : $\alpha = 2n+1$ و $\beta = n+3$ و $d = \alpha \wedge \beta$.

أ) بين أن $d/5$.

ب) بين أنه إذا كان 5 قاسما للعدد $(n-2)$ فإن 5 قاسما لكل من العددين α و β .

3) بين أن $n \wedge (2n+1) = 1$.

4) أ) حدد بدلالة n القاسم المشترك الأكبر للعددين a و b .

ب) تحقق من النتائج في حالة $n = 11$ و $n = 12$.

التمريـــــن 46:

نعتبر في Z^2 المعادلة $(E):\ 2(y-1)^2 = 7x+2$

1) ليكن $(x;y)$ حلا للمعادلة (E).

بين أن $y \equiv 0\ [7]$ أو $y \equiv 2\ [7]$.

2) استنتج حلول المعادلة (E) .

التمريـــــن 47:

ليكن p عددا طبيعيا أوليا بحيث $p \equiv 3\ [4]$.

1) أ.بين أن المعادلة $x^2+1 \equiv 0\ [p]$ لا تقبل حلولا في Z .

ب.استنتج أن : $(\forall (x;y) \in Z^2)\quad p/(x^2+y^2) \Leftrightarrow (p/x$ و $p/y)$

2) أ. بين أن المعادلة $x^2+y^2 = pz^2$ مع $x \wedge y \wedge z = 1$ لا تقبل حلولا في $(N^*)^3$

ب. حل في المجموعة Z^3 المعادلة $x^2+y^2 = pz^2$.

التمريـــــن 48:

1) حل في Z^2 المعادلة $5x - 2y = 1$.

2) حل في Z النظمة $(x \equiv 1\ [15]$ و $x \equiv 4\ [6])$

التمريـــــن 49:

1) حدد $195 \wedge 232$

2) أ.حل في Z^2 المعادلة $(E):\ 195x - 232y = 1$

ب.أوجد عددا وحيدا d حيث $195d \equiv 1\ [232]$ و $0 \leq d \leq 232$.

3) بين أن 233 عدد أولي .

4) لتكن A مجموعة الأعداد الطبيعية المحصورة بين 0 و 232.

نعتبر التطبيق $f : A \to A$ الذي يربط كل عنصر x من A بالعدد $f(x)$ ، باقي القسمة الأقليدية للعدد x^{195} على 233 .

أ.بين أن f تطبيق تبايني ثم استنتج أنه تقابل .

ب.حدد التقابل العكسي للتقابل f .

تقديـــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 50:

ليكن a و b من Z^* و n من N^* .

1) بين أن $a^n \wedge b^n = (a\wedge b)^n$. استنتج أن $a/b \Leftrightarrow a^n/b^n$.

2) بين أن $(\forall n\in Q^*) : x^n \in Z \Leftrightarrow x\in Z$

3) بين أن $a\wedge b=1 \Rightarrow (a^2+b^2)\wedge ab = 1$

4) استنتج أن $(a^2+b^2)\wedge ab=(a\wedge b)^2$

5) بين أن $a\wedge b=1 \Rightarrow a\wedge bc = a\wedge c$. هل الإستلزام العكسي صحيح ؟

التمريـــــن 51:

1) ليكن n من N^*. بين أن $n^3\wedge(n^2+n+1)=1$.

2) أ.ليكن n من Z . بين أن $(2n+1)\wedge(9n+1)=1$.

ب.نضع: $d_n=(2n-1)\wedge(9n+1)$. حدد حسب قيم n قيمة d_n.

3) ليكن p عددا أوليا بحيث $p\geq 5$.

أ.بين أن $3/(p^2-1)$ و $8/(p^2-1)$

ب.استنتج أن $24/(p^2-1)$

http://www.vrac-coloriages.net

التمريـــــن 52:

نعتبر في Z^2 المعادلة $(E): (x+1)^2=9+5y$

1) نفترض أن (E) تقبل حلا $(x;y)$.

أ.بين أن $x\equiv 1\ [5]$ أو $x\equiv 2\ [5]$.

ب.استنتج حلول المعادلة (E) .

2) بين أن $(\forall k\in Z) : (5k^2+4k-1)\wedge(5k+1)=(k-3)\wedge 8$

التمريـــــن 53:

1) حل في Z^2 المعادلة $(E): 133x-240y=1$

2) نعتبر المجموعة $E=\{0;1;2;...;240\}$

أ.بين أنه يوجد عدد وحيد α في E يتم تحديده حيث $133\alpha\equiv 1\ [240]$.

ب.بين أن 241 عدد أولي .

3) نعتبر التطبيق $f:E\to E$ الذي يربط كل عنصر x من E بالعدد $f(x)$ ، باقي القسمة الأقليدية للعدد x^{133} على 241 .

أ.بين ان f تطبيق تبايني ثم استنتج أنه تقابل .

ب.حدد التقابل العكسي للتقابل f .

التمريـــــن 54:

ليكن $(x;y)$ عنصرا من Z^2 حيث $x+y=12$ و $x\wedge y=1$.

ليكن r باقي القسمة الإقليدية لعدد x على 12، و s باقي القسمة الإقليدية للعدد y على 12 .

1) بين أن $r+s=12$.

2) بين أن $(\exists x\in Z) : (x=12k+r$ و $y=-12k+s)$.

3) بين أن $r\wedge s=1$.

4) حل في Z^2 النظمة $(x+y=12$ و $x\wedge y=1)$.

تقديـــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 55:

نعتبر النظمة (S) : $\left(x \equiv a\ [p] \quad \text{و} \quad x \equiv b\ [q] \right)$ حيث a و b و p و q مع $p \wedge q = 1$

1) أ.بين أنه يوجد زوج $(u_0\ ;\ v_0)$ من Z^2 حيث $pu_0 + qv_0 = 1$.

ب.بين أن العدد $x_0 = bpu_0 + aqv_0 = 1$ حل للنظمة (S)

2) ليكن x حلا للنظمة (S) . بين أن pq يقسم $(x - x_0)$.

3) ليكن x عددا صحيحا نسبيا حيث pq يقسم $(x - x_0)$.

بين أن x حل للنظمة (S)

4) استنتج مجموعة حلول (S) .

5) حل في Z النظمة $\left(x \equiv 1\ [8] \quad \text{و} \quad x \equiv 3\ [13] \right)$

التمريـــــن 56:

ليكن p عددا صحيحا طبيعيا أوليا. نعتبر في $(N^*)^2$ المعادلة $(E)\ :\ x^3 - y^3 = p$

1) نفترض أن (E) تقبل حلا $(x;y)$.

أ.بين أن $x - y = 1$ و $x^2 + xy + y^2 = p$.

ب.بين أن $3xy + 1 = p$ ثم استنتج أن $p \equiv 1\ [p]$.

ج.بين أن $(x;y)$ هو الحل الوحيد للمعادلة (E) .

د.بين أن $4p - 1 = 3(2y+1)^2$.

2) حل في $(N^*)^2$ كلا من المعادلات :

$(E_1)\ :\ x^3 - y^3 = 17 \quad , \quad (E_2)\ :\ x^3 - y^3 = 13 \quad , \quad (E_3)\ :\ x^3 - y^3 = 37$

التمريـــــن 57:

ليكن a و b عددين نسبيين وغير منعدمين. $a \wedge b$ هو القاسم المشترك الاكبر للعددين a و b .

1) بين انه اذا كان $a \wedge b = 1$ فان $a \wedge [b(a+b)] = 1$.

2) نعتبر في N^{*2} المعادلة التالية: $(E)\ :\ x^2 + y^2 + xy - 31x = 0$ وليكن (x,y) حلا للمعادلة (E). نضع: $d = x \wedge y$

بين انه يوجد زوج (a,b) من N^{*2} و $a \wedge b = 1$ بحيث : $a(31 - da) = bd(a+b)$ ثم استنتج ان : a يقسم d

3) بين انه يوجد عدد طبيعي c غير منعدم بحيث : $c(a^2 + b^2 + ab) = 31$.استنتج $c = 1$.

4) استنتج حلول المعادلة (E) .

التمريـــــن 58:

نعتبر المعادلة : $2x - 9y = 17 \quad (x,y) \in Z^2 \quad (E)$

1) ليكن (x,y) حلا للمعادلة (E) . بين ان : $\begin{cases} x \equiv 4 & [9] \\ y \equiv -1 & [2] \end{cases}$

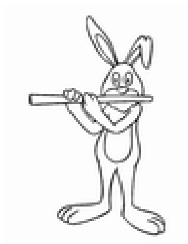
2) استنتج حلول المعادلة (E) .

3) نضع $d = x \wedge y$ حيث (x,y) حل للمعادلة (E) .

ا.بين ان : $(9k+4) \wedge (2k-1) = (k+8) \wedge 17$.

ب.بين ان : $d = 1$ او $d = 17$

ج.استنتج حلول النظمة : $\begin{cases} 2x - 9y = 17 \\ x \wedge y = 17 \end{cases}$



تقديـــم ذ.العربي الوظيفي

التمريـــــن 59:

ليكن p عددا اوليا بحيث : $p \geq 5$. نعتبر في المجموعة $N^* \times N^*$ المعادلة التالية : $(E) : px + y^{p-1} = 2011$

1) تحقق من ان العدد 2011 اولي .

2) نفترض ان (x,y) حل للمعادلة (E) .

ا.بين ان العدد p لايقسم العدد y .

ب.استنتج ان p يقسم العدد 2011 ثم حدد قيم p .

ج.حدد الزوج (x,y) في الحالة $p = 67$ (ناخذ : $\sqrt[66]{2011} \approx 1,12$) .

3) حل المعادلة (E) في الحالة $p = 5$.

التمريـــــن 60:

1) نعتبر في Z^2 المعادلة : $(F) : 23x - 48y = 1$

ا.بين ان المعادلة (F) تقبل على الاقل حلا في Z^2 .

ب. باستعمال خوارزمية اقليدس.حدد حلا خاصا للمعادلة (F) .

ج.بين ان مجموعة حلول المعادلة (F) هي : $\{(-25+48k, -12+23k) / k \in Z\}$.

2) ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين .

ا.تحقق ان : $(23)^2 \equiv 1[48]$.

ب. بين انه اذا كان $a^{23} \equiv b[91]$ وان $a^{48} \equiv 1[91]$ فان $b^{23} \equiv a[91]$.

3) نعتبر في N النظمة التالية : $(S) : \begin{cases} n \equiv 8[23] \\ n \equiv 9[48] \end{cases}$ بين ان : $n \equiv 537[1104] \Leftrightarrow n$ حل للننظمة (S) .

4) حدد باستعمال مبرهنة فيرما باقي قسمة العدد 3^{48} على 91 .

تقديــــم ذ.العربي الوظيفي

قال الله تعالى " ومن يتوكل على الله فهو حسبه "

صدق الله العظيم