وزارة التربية الوطنية الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين الرباط – سلا –زمور-زعير نيابة إقليم الخميسات ثانوية ادريس بنزكري التاهيلية ➢ تيفلت ➢	فرض محروس رقم 2 ا لدورة 1BSCM	من إعداد الأستاذ ❖ بشيري رشيد المدة ❖ 2H TIFLET

ملحوظة تمنح نقطة عن تنظيم ورقة التحرير

تمرين 1 — 9 pts

نعتبر الدالة العددية f للمتغير الحقيقي x المعرفة بما يلي: $f(x)=\frac{2x}{1+x^2}$.

1. أ. بين أن : $|f(x)|\le 1$: $\forall x\in\mathbb{R}$. — 1

ب. بين أن f دالة فردية . — 1

2. أ. بين أنه لكل عددين حقيقيين مختلفين x و y ،

لدينا : $\frac{f(x)-f(y)}{x-y}=\frac{2(1-xy)}{(1+x^2)(1+y^2)}$. — 1

ب. استنتج رتابة f على كل من المجالين :

$[1,+\infty[$ و $[0,1]$ ، ثم ضع جدول تغيراتها على $\mathbb{R}$. — 1.5

ج. ليكن k قصور الدالة f على المجال $[1;+\infty[$

بين k تقابل من $[1;+\infty[$ نحو المجال $]0;1]$ محددا تقابله العكسي k^{-1} — 1

3. لتكن g و h الدالتين العدديتين للمتغير الحقيقي x

بحيث : $g(x)=\sqrt{x+1}$ و $h(x)=\frac{|x+1|}{\sqrt{1+x^2}}$. — 1

أ. حدد تغيرات الدالة g على حيز تعريفها و مثلها

مبيانيا في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$. — 0.5

ج. تحقق من ان : $h(x)=(g\circ f)(x)$: $\forall x\in\mathbb{R}$. — 2

د. أعط جدول تغيرات الدالة h .

تمرين 2 — 6.5 pts

لتكن $(U_n);(V_n)$ المتتاليتين المعرفتين كما يلي

$$\begin{cases} U_0=3 \\ U_{n+1}=\frac{5V_n-U_n}{2} \end{cases} \quad \text{و} \quad \begin{cases} V_0=0 \\ V_{n+1}=\frac{4V_n-U_n}{3} \end{cases}$$

نضع $X_n=5V_n-2U_n$ و $Y_n=3V_n-U_n$

1- بين أن $(X_n);(Y_n)$ متتاليتين هندسيتين محددا أساسيهما — 2

2- حدد بدلالة n كل من $(X_n);(Y_n)$ — 1

3- حدد بدلالة n كل من $U_n;V_n$ — 2

4- نضع $S_n=V_0+V_1+\dots\dots+V_n$

حدد S_n بدلالة n — 1.5

تمرين 3 — 3.5 pts

لتكن الدالة f المعرفة بما يلي : $f(x)=E(x)+E\left(x+\frac{1}{2}\right)-E(2x)$

1) بين أن f دالة دورية دورها $\frac{1}{2}$. — 0.5

2) بين أن $\forall x\in\left[0;\frac{1}{2}\right[: f(x)=0$ — 1

3) استنتج أن : $(\forall x\in\mathbb{R})\ E\left(x+\frac{1}{2}\right)=E(2x)-E(x)$ — 1

بين أن : $E\left(\frac{x+1}{2}\right)+E\left(\frac{x+2}{4}\right)+E\left(\frac{x+4}{8}\right)=E(x)-E\left(\frac{x}{8}\right)$ $\forall x\in\Re$ — 1

تمرين اختياري 2 pts

ليكن $n\in\mathbb{N}$

احسب بدلالة n العدد $E\left(\sqrt{4n^2+4n}\right)$ ثم استنتج أن $E\left((\sqrt{n}+\sqrt{n+1})^2\right)$ عدد فردي .

($E(x)$ هو الجزء الصحيح للعدد الحقيقي x)

سنة سعيدة 2014