الأستاذ: م. معمر	فرض منزلي رقم 5	2 باك ع ح و أ 1

التمرين الأول

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{u},\vec{v}\right)$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي: $a=3+5\mathbf{i}$ و $b=-1-3\mathbf{i}$ و $c=7+3\mathbf{i}$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة النقطة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $\omega=4+8\mathbf{i}$

أ- بين أن $z'=z+4+8\mathbf{i}$

ب- تحقق من أن النقطة A هي صورة النقطة B بالإزاحة T.

ج- بين أن $\dfrac{b-a}{c-a}=-2\mathbf{i}$ ، ثم استنتج شكله الأسي و استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية في A وأن $AB=2AC$.

د- تحقق من أن لحق النقطة D صورة النقطة B بالدوران الذي مركزه A و زاويته $\dfrac{\pi}{2}$ هو : $d=11+i$

ه- بين أن النقط A و D و C نقط مستقيمية.

مسألة

I- نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $g(x)=4x^2\ln x+1$

1) بين أن $g'(x)=4x(2\ln x+1)$ لكل x من $]0,+\infty[$

2) بين أن الدالة g تناقصية على المجال $\left]0,\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right]$ وأنها تزايدية على المجال $\left[\dfrac{1}{\sqrt{e}},+\infty\right[$

3) أ- بين أن $g\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)=1-\dfrac{2}{e}$ ثم تحقق من أن $g\left(\dfrac{1}{\sqrt{e}}\right)>0$

ب- استنتج أن $g(x)>0$ لكل x من $]0,+\infty[$

II- نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $]0,+\infty[$ بما يلي : $f(x)=\left(2x^2+1\right)\ln x-x^2+1$

ليكن (C) المنحنى الممثل للدالة f في معلم متعامد ممنظم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نأخذ $\|\vec{i}\|=\|\vec{j}\|=1\,cm$)

1) بين أن $f'(x)=\dfrac{g(x)}{x}$ لكل x من $]0,+\infty[$، ثم استنتج أن الدالة f تزايدية قطعا على $]0,+\infty[$

2) أ- بين أن $\lim\limits_{\substack{x\to 0\\ x>0}} f(x)=-\infty$ ثم أول هذه النتيجة هندسيا

ب- بين أن $f(x)=x^2(2\ln x-1)+\ln x+1$ لكل x من $]0,+\infty[$ ثم استنتج $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

ج- بين أن $\lim\limits_{x\to+\infty}\dfrac{f(x)}{x}=+\infty$ ثم أول هذه النتيجة هندسيا (لاحظ أن $\dfrac{f(x)}{x}=x(2\ln x-1)+\dfrac{\ln x}{x}+\dfrac{1}{x}$)

3) بين أن $y=x-1$ هي معادلة للمستقيم (T) مماس المنحنى (C) في النقطة التي زوج إحداثياتها $(1,0)$

4) أنشئ المماس (T) والمنحنى (C) في المعلم $\left(O,\vec{i},\vec{j}\right)$ (نقبل أن للمنحنى نقطة انعطاف أفصولها $\alpha\approx 0.65$)

5) أ- باستعمال مكاملة بالأجزاء، بين أن $\displaystyle\int_1^e\left(2x^2+1\right)\ln x\,dx=\frac{1}{9}\left(4e^3+11\right)$

ب- أحسب مساحة حيز المستوى المحصور بين المنحنى (C) ومحور الأفاصيل والمستقيمين اللذان معادلتاهما $x=1$ و $x=e$