

التمرين الأول :

في الفضاء المنسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ نعتبر المجموعة : $(S) = \{M(x, y, z); x^2 + y^2 + z^2 - 4y - 5 = 0\}$
و المستوى المعرف ب : $(P): 2x - 2y + z - 2 = 0$.

1) بين أن (S) فلكة مركزها $\Omega(0, 2, 0)$ و شعاعها 3.

2) حدد الوضع النسبي للمستوى (P) و الفلكة (S) . حدد تقاطع (P) و (S) .

3) نعتبر المستوى (P_m) المعرف ب : $(P_m): 2mx + (1 - 2m)y + mz + 1 - 2m = 0$ حيث $m \in \mathbb{R}$.

أ- ليكن (Δ) المستقيم ذو التمثيل البرامتري : $\begin{cases} x = t \\ y = -1; t \in \mathbb{R} \\ z = -2t \end{cases}$ بين أن المستقيم (Δ) ضمن المستوى (P_m) .

ب- حدد m لكي يكون المستوى (P_m) مماسا للفلكة (S) .

التمرين الثاني :

أحسب التكاملات التالية : $\int_0^{\ln(\sqrt{3})} \frac{e^x}{1+e^{2x}} dx$; $\int_0^1 \frac{1}{1+e^x} dx$; $\int_{-\ln(2)}^{\ln(2)} \frac{e^x}{e^x + 1} \ln(e^x + 1) dx$

التمرين الثالث :

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ المعرفة بمايلي $\begin{cases} u_0 = 2\sqrt{2} \\ u_{n+1} = 4 \cdot \sqrt[3]{u_n} \end{cases}$

1) أثبت أن $\forall n \in \mathbb{N} : 0 < u_n < 8$

2) أدرس رتبة المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$ واستنتج أنها متقاربة

أ- أثبت أن $\forall n \in \mathbb{N} : 0 < 8 - u_{n+1} < \frac{2}{3}(8 - u_n)$

ب- استنتج نهاية المتتالية $(u_n)_{n \geq 0}$.

التمرين الرابع :

للاجتياز أحد الإمتحانات الشفوية , يسحب المرشح سؤالاً واحداً من بين 9 أسئلة موزعة على الشكل التالي :
- 3 أسئلة في الرياضيات - 4 أسئلة في الفيزياء - سؤالان في الطبيعيات .
نفترض أن جميع الأسئلة لها نفس احتمال السحب و أن احتمال أن يعطي المرشح جواباً صحيحاً إذا كان السؤال في الرياضيات هو $\frac{4}{10}$ و احتمال أن يعطي المرشح جواباً صحيحاً إذا كان السؤال في المادتين الأخرتين هو $\frac{9}{10}$.

1) أحسب احتمال الأحداث التالية :

A " المرشح يعطي جواباً صحيحاً للسؤال الذي يسحبه "

B " السؤال المسحوب , في الرياضيات و المرشح لا يعطي جواباً صحيحاً "

C " السؤال المسحوب ليس في الرياضيات و المرشح يعطي جواباً صحيحاً "

2) علماً أن المرشح أعطى جواباً صحيحاً للسؤال , ما هو الإحتمال q لكي يكون السؤال في الرياضيات ؟

3) نفترض أن خمسة مترشحين تقدموا لإجتياز هذا الإمتحان بنفس المعطيات السابقة الذكر .

أحسب احتمال أن يتوقف 3 مرشحين فقط من بين هؤلاء المرشحين الخمسة .

التمرين الخامس :

في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم (O, \vec{u}, \vec{v}) نعتبر النقط I و A و B التي أحاقها على التوالي هي :

1 و $1-2i$ و $-2+2i$ لتكن (C) الدائرة التي أحد أقطارها $[AB]$.

1) أنشئ I و A و B .

2) حدد z_Ω لحق النقطة Ω مركز الدائرة (C) . أ حسب شعاع الدائرة (C) .

3) لتكن النقطة D ذات اللح $z_D = \frac{3+9i}{4+2i}$. حدد الشكل الجبري للعدد z_D ثم بين أن النقطة D تنتمي إلى الدائرة (C) .

4) لتكن E , النقطة التي لحقها z_E , التي تنتمي للدائرة (C) و التي تحقق $(\overline{\Omega I}, \overline{\Omega E}) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$

5) أ - حدد معيار و عمدة العدد $z_E + \frac{1}{2}$.

ب - أستنتج أن : $z_E = \frac{5\sqrt{2}-2}{4} + \frac{5\sqrt{2}}{4}i$

التمرين السادس :

نعتبر الدالة العددية f المعرفة على IR بما يلي : $f(x) = 2e^{2x} - \sqrt{1+3e^{2x}}$

1) حل في IR المعادلة $f(x) = 0$.

2) أ حسب $f'(x)$ لكل x من IR و أستنتج أن f تزايدية قطعاً على IR .

3) أ - أ حسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$

ب- أنشئ (C) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) محدداً مماس (C) في 0 .

4) أ - بين أن : $\int_0^{\ln(\sqrt{8})} e^{2x} \cdot \sqrt{1+3e^{2x}} \cdot dx = 13$

ب - أ حسب حجم الجسم المولد بدوران منحنى قصور f على المجال $[0, \ln(\sqrt{8})]$ دورة كاملة حول محور الأفاصيل

الاستاذ: عمى الكسرى