المجمع التربوي علال عواد **الفرض المحروس رقم 4:** **الأستاذ: م. ادير**

المـــــــادة:	**الرياضيات**	**المعامل:**	**9**
الشعـــبة.	**شعبة العلوم الرياضية ا و ب** **1/2**	**مدة الإنجاز:**	**2س**

س-ت

التمرين الأول : (5,5 ن)

المستوى (P) منسوب الى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$

لكل b من $\mathbb{R}^*$ نعتبر التطبيق F_b الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M(z')$ بحيث : $z'=(1+ib)z-2ib$

1- بين أن النقطة $A(2)$ هي النقطة الصامدة الوحيدة بالتطبيق F_b. — 0, 5

2- نضع $\theta = Arc\tan b$ و لتكن $M(z)$ نقطة بحيث $z \neq 2$.

أ – بين أن: $AM' = \frac{1}{\cos\theta} AM$ وأن $(\overrightarrow{AM};\overrightarrow{AM'}) \equiv \theta[2\pi]$ — 1 — 1

ب- بين أن: $F_b = H \circ R$ حيث R دوران و H تحاك.

3- نعتبر المجموعتين: $E_1 = \{M(z) \in (P) / z' \in \mathbb{R} \cup i\mathbb{R}\}$ و $E_2 = \{M(z) \in (P) / |z'| = (\cos\theta)^{-1}\}$

أ - بين أن E_1 هو اتحاد مستقيمان متعامدان. — 1

ب - بين أن E_2 هو دائرة مركزها $\Omega(2\sin^2\theta, \sin 2\theta)$ و شعاعها 1. — 1

4- لتكن النقطة $B(i)$ و B' صورتها بالتطبيق F_b. حدد مجموعة النقط B' عندما يتغير θ على $\left]\frac{-\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[- \{0\}$ — 1

التمرين الثاني :(7ن)

1- أ- حل في $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2+(1+i)z+2i=0$ — 1

ب – نعتبر في $\mathbb{C}$ الحدودية : $P(z)=z^3+2-2i$. احسب $P(1+i)$ ثم حدد على شكلها الجبري حلول المعادلة : $P(z)=0$ — 1

ج – حدد على الشكل المثلثي الجدور المكعبة للعدد $-2+2i$. — 1

د – استنتج قيمتي $\cos\frac{\pi}{12}$ و $\sin\frac{\pi}{12}$. — 1

2- اثبت أنه توجد ثلاث متتاليات هندسية $(u_n)_{n\geq 0}$ للأعداد العقدية تحقق $u_3=-i$ و $u_6=2+2i$ محددا لكل منها الأساس q و الحد الأول u_0. — 1

3- لتكن $(z_n)_{n\geq 0}$ المتتالية العقدية المعرفة كالتالي : $\begin{cases} z_0 = \frac{1}{4}(-1+i) \\ z_{n+1} = (1+i)z_n \end{cases}$

أ- حدد طبيعة التحويل الذي يحول النقطة $M(z_n)$ الى النقطة $M'(z_{n+1})$. — 0,5

ب- احسب z_n بدلالة n. — 0,5

ت- اكتب z_n على شكله المثلثي — 0,5

ث- حدد قيم n التي من اجلها يكون z_n حقيقيا. — 0,5

المعامل:	9	المـــــــادة:	الرياضيات
مدة الإنجاز:	2س	الشعـــبة:	شعبة العلوم الرياضية ا و ب

2/2

التمرين الثالث : (4,5 ن)

نعتبر في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة التالية : $(E): \; z^3-(3+i)z^2+(6-2i)z-8=0$

1- حل المعادلة (E) علما أن لها جدرا تخيليا صرفا — 1, 5

2- نعتبر في المستوى العقدي المنسوب الى م.م.م النقط $A(-2i)$ و $B(1+i)$ و $C(2+2i)$ و $C'(-4)$ و ليكن F التحويل في المستوي العقدي الذي يربط كل نقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ حيث : $z'=-iz+4i$

أ- حدد طبيعة التحويل F و عناصره المميزة . — 0,5

ب- حدد لحق النقطة A' صورة A بالتحويل F. — 0,5

3- نعتبر F^{-1} التحويل العكسي للتحويل F و h التحاكي الذي مركزه C و يحول النقطة $I(-1+i)$ الى C'.

أ- حدد الكتابة العقدية للتحويل $F^{-1}\circ h$. — 0,5

ب- حدد طبيعة الرباعي $ACA'C'$. — 0,5

4- نعتبر النقطة $M(z)$ حيث $z=x+iy$ و $(x,y)\in\mathbb{Z}^2$ و لتكن $M'(z')$ صورة $M(z)$ بالتحويل F.

أ- بين أن المتجهتين $\overrightarrow{AA'}$ و $\overrightarrow{M'A'}$ متعامدتان إذا وفقط إذا كان $(E'): 3x+y=-2$ — 0,5

ب- حل في $\mathbb{Z}^2$ المعادلة (E'). — 0, 5

التمرين الرابع : (3 ن)

ليكن r_0 عدد حقيقي موجب قطعا و $\alpha_0\in\left]-\pi;\pi\right[$. و لتكن $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متتالية الأعداد العقدية بحيث :

$$\begin{cases} a_0=r_0e^{i\alpha_0} \\ a_{n+1}=\dfrac{a_n+|a_n|}{2} \end{cases};\; n\in\mathbb{N}$$

1- نضع $a_n=r_ne^{i\alpha_n}$ حيث $\alpha_n\in\left]-\pi;\pi\right[$. أثبت أنه لكل $n\in\mathbb{N}$ لدينا : — 1

$$\begin{cases} \alpha_n=\dfrac{\alpha_0}{2^n} \\ r_{n+1}=r_n\cos(\alpha_n) \end{cases}$$

2- استنتج أن : $r_n=\dfrac{r_0\sin(\alpha_0)}{2^n\sin(\frac{\alpha_0}{2^n})}$ لكل $n\in\mathbb{N}$. — 1

3- حدد $\lim\limits_{n\to+\infty}\mathrm{Re}(a_n)$ و $\lim\limits_{n\to+\infty}\mathrm{Im}(a_n)$. — 1