Lycée moussa bno Moussaer - Khémisset	Devoir surveillé N°01 2ème tranche 2016/2017	1er Bac Sc Mat Int
		Prof : Abdellah Belkhatir
		Durée : 2 heures

1 **Exercice n°01:**

✓ Résoudre dans l'intervalle $[0,2\pi]$:

$$(I): 2\cos x \leq \sqrt{1+\sin(2x)} - \sqrt{1-\sin(2x)} \leq \sqrt{2}$$

1 **Exercice n°02:**

Soit ABC un triangle tels que : $\cos^2(\hat{A})+\cos^2(\hat{B})+\cos^2(\hat{C})=1$.

✓ Montrer que le triangle ABC est rectangle .

03 **Exercice n°03:**

1,5 **1)-** Montrer que :

$$(\forall x \in \mathbb{R}-\{k\pi / k\in\mathbb{Z}\}), \cos x+\cos(3x)+\cos(5x)=\frac{\sin(6x)}{2\sin x}.$$

1,5 **2)-** En déduire la valeur de la somme : $S=\cos^2\left(\frac{\pi}{14}\right)+\cos^2\left(\frac{3\pi}{14}\right)+\cos^2\left(\frac{5\pi}{14}\right)$.

04 **Exercice n°04:**

1)- Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}), \cos(3x)=4\cos^3 x-3\cos x$.

1 **2)-** On considère dans $\mathbb{R}$ l'équation : $(E): 8X^3-6X-1=0$

a)- Montrer que $\cos x$ est solution de (E) si et seulement si : $\cos(3x)=\frac{1}{2}$.

1 **b)-** Résoudre dans $[0,2\pi]$ l'équation : $(F): \cos(3x)=\frac{1}{2}$.

0,5 **c)-** En déduire les solution de l'équation (E).

3)- Montrer que :

1,5 $$\cos\left(\frac{\pi}{9}\right).\cos\left(\frac{7\pi}{9}\right).\cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)=\frac{1}{8} \text{ et } \cos\left(\frac{\pi}{9}\right)+\cos\left(\frac{7\pi}{9}\right)+\cos\left(\frac{13\pi}{9}\right)=\frac{3}{4}.$$

05 **Exercice n°05:**

Soit f la fonction définie sur $\mathbb{R}^*$ par : $f: x\mapsto \frac{x-\sin x}{x^3}$.

On admet que : $\lim_{x\to 0} f(x)=L$ avec $L\in\mathbb{R}$.

1 **1)-** Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R}^*), f(2x)=\frac{1}{4}\left(f(x)+\frac{\sin x}{x}\times\frac{1-\cos x}{x^2}\right)$.

1 **2)-** En déduire que : $L=\frac{1}{6}$.

3)- Calculer les limites suivantes :

3 $(1): \lim_{x\to 0}\frac{x^2-\sin^2(x)}{x^4}$, $(2): \lim_{x\to 0}\frac{x-\tan x}{x^3}$, $(3): \lim_{x\to 0}\frac{5\sin(3x)-3\sin(5x)}{x^3}$.

06 **Exercice n°06:**

✓ Calculer les limites suivantes :

$(1): \lim_{x\to 1}(2-3x+x^2)\tan\left(\frac{\pi}{2}x\right)$, $(2): \lim_{x\to+\infty}\left(2x^2-x\sqrt{4x^2+3x-7}\right)$

$(3): \lim_{x\to -1}\frac{x^6+2x^5+x^4}{x^{10}+x^8-2}$, $(4): \lim_{x\to 1}\frac{20x^{21}-21x^{20}+1}{(x-1)^2}$, $(5): \lim_{x\to+\infty}\frac{x(3+\sin x)}{x-\sqrt{x^2+1}}$

$(6): \lim_{x\to 1}\frac{1}{6\left(1-\sqrt{\sqrt{x}}\right)}-\frac{1}{1-x\sqrt{x}}$ et $(7): \lim_{x\to-\infty}x^n.\left(1-\sqrt{\frac{x^3}{x^3+2}}\right)$ où $n\in\mathbb{N}^*$.

● **Exercice bonus:**

1 **Exercice n°01:**

✓ Calculer la limite suivante : $\lim_{x\to 0}x^2\left(1+2+3+...+E\left(\frac{1}{|x|}\right)\right)$.

1 **Exercice n°02:**

✓ Soit $n\in\mathbb{N}$, montrer que :

$$(\forall x\in\mathbb{R}), \sum_{k=0}^{n}3^k\sin^3\left(\frac{x}{3^{k+1}}\right)=\frac{3^{n+1}}{4}\sin\left(\frac{x}{3^{n+1}}\right)-\frac{1}{4}\sin x.$$

1 **Exercice n°03:**

Soit ABC un triangle tels que : $\cos(\hat{A})+\cos(\hat{B})+\cos(\hat{C})=\frac{3}{2}$.

✓ Montrer que le triangle ABC équilatérale .

1 **Exercice n°04:**

Soit ABC un triangle non aplati .

✓ Montrer que : $\sin(\hat{A})=\frac{\sin(\hat{B})+\sin(\hat{C})}{\cos(\hat{B})+\cos(\hat{C})}\Rightarrow$ ABC est rectangle en A .

4 **Exercice n°05:**

1)- Calculer : $(1): \lim_{x\to 0}\frac{1-\prod_{k=1}^{2017}\cos(kx)}{x^2}$ et $(2): \lim_{x\to 0^+}x.\sum_{k=1}^{n}E\left(\frac{k}{x}\right)$ où $n\in\mathbb{N}^*$.

2)- Calculer les limites suivantes (lorsqu'elles existent)

$(3): \lim_{x\to 0}\frac{\sqrt{1+x}-(1+mx)}{x^2}$ et $(4): \lim_{x\to 1}\frac{(m-1)x^2-1}{mx^2-(m+1)x+1}$ où $m\in\mathbb{R}$.