ثانوية ابن بطوطة التأهيلية — 📖 **سلسلة رقم ١٠** — **السنة الدراسية :** ٢٠١٤/٢٠١٥

المستوى: ٢ ع ف ٢ — **الحساب التكاملي** — **الأستاذ:** محمد لغزال

التمرين ١

A) احسب التكاملات التالية :

$I_1=\int_1^2(2x-1)dx$ $\quad I_2=\int_1^2(x^2-\sqrt{2}x)dx$

$I_4=\int_0^1(\frac{x+1}{x})dx$ $\quad I_3=\int_1^2(\frac{x^4-x^2-1}{x+1})dx$

$I_5=\int_1^2(\frac{1}{x^2}-\frac{2}{x})dx$ $\quad I_6=\int_1^2(\frac{3x^2-x-1}{x^4})dx$

$I_8=\int_1^2 x\sqrt{x-1}dx$ $\quad I_7=\int_0^{Ln2}(\frac{e^{2x}+e^x+1}{e^x})dx$

$I_{10}=\int_{\frac{-\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}}\frac{1}{\cos^2 x}dx$ $\quad I_9=\int_0^{\frac{\pi}{4}}\cos(-3x.+\frac{\pi}{4})dx$

B) $\int u'(x).u^n(x)dx=\frac{u^{n+1}(x)}{n+1}+C$ مع $n\neq -1$

$I_{11}=\int_0^{\pi}\sin x\cos^2 xdx$ $\quad I_{12}=\int_1^0 x^2.e^{3x^3}dx$

$I_{13}=\int_0^1 x.(x^2+2)^3dx$ $\quad I_{14}=\int_e^{e^2}\frac{1}{x}.Lnx.dx$

$I_{15}=\int_{\frac{1}{e}}^{\frac{1}{e^2}}\frac{1}{xLn^2x}.dx$ $\quad I_{16}=\int_1^{e^2}\frac{\cos(Lnx)}{x}.dx$

C) $\int\frac{u'(x)}{u(x)}=Ln|u(x)|+C$ $\quad \int u'(x).e^{u(x)}dx=e^{u(x)}$

$I_{17}=\int_0^{\frac{\pi}{3}}\tan x.dx$ $\quad I_{18}=\int_0^{Ln2}(\frac{e^x}{1+e^x}).dx$

$I_{19}=\int_{-1}^1(\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}).dx$ $\quad I_{20}=\int_{-1}^{-2}(\frac{x-1}{x^2-2x})dx$

$I_{21}=\int_0^1 e^{4x}dx$ $\quad I_{22}=\int_0^1 xe^{x^2}dx$ $\quad I_{23}=\int_1^2\frac{5+e^{\frac{1}{x}}}{x^2}dx$

التمرين ٢

باستعمال المكاملة بالأجزاء احسب ما يلي :

$I_1=\int_0^1(x-1)e^x dx$ $\quad I_2=\int_0^3(x-1).e^{2x}dx$

$I_3=\int_0^1 x^2e^{\frac{-x}{2}}dx$ $\quad I_4=\int_0^1 x^3e^{x^2}dx$

$I_5=\int_1^0(x+1)^2.e^{-x}dx$ $\quad I_6=\int_1^e Lnx.dx$

$I_7=\int_1^e x.Lnx.dx$ $\quad I_8=\int_1^{e-1}(x+1)^2.Ln(x+1).dx$

$I_9=\int_1^e Ln(1+x^2).dx$ $\quad I_{10}=\int_0^{\pi}\sin x.e^{-x}dx$

$I_{11}=\int_0^1(1+e^x).Ln(1+e^x).dx$ $\quad I_{12}=\int_0^{\frac{\pi}{2}}x\cos x.dx$

التمرين ٣

نعتبر التكاملات $I=\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$, $J=\int_0^1\frac{x^2dx}{\sqrt{x^2+2}}$ و

$K=\int_0^1\sqrt{x^2+2}dx$

نعتبر الدالة $f(x)=Ln(x+\sqrt{x^2+2})$.

1- احسب $f'(x)$ ثم استنتج قيمة $I=\int_0^1\frac{dx}{\sqrt{x^2+2}}$

2- تحقق أن $J+2I=K$

3- باستعمال المكاملة بالأجزاء على $K=\int_0^1\sqrt{x^2+2}dx$

بين أن $K=\sqrt{3}-J$ ؟

4- استنتج قيمة كل من K و J ؟

التمرين ٤

احسب التكاملات التالية :

$J=\int_{-1}^3|x^2-3x+2|dx$ $\quad I=\int_0^2|x-1|dx$ $\quad K=\int_{-1}^1|e^x-1|dx$

التمرين ٥

نعتبر التكامل $n\in N$ $I_n=\int_0^1 x^n e^x dx$.

1- احسب I_1

2- ا- باستعمال المكاملة بالأجزاء بين أن $\forall n\in N$ $I_{n+1}=e-(n+1)I_n$ ثم احسب I_2 و I_3

ب- استنتج قيمة $\int_0^1 (x^3+2x^2-2x).e^x dx$

التمرين ٦

نعتبر التكامل $n\in N$ $I_n=\int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x.dx$.

1- حدد العلاقة بين I_n و I_{n+2} $\forall n\in N$

1- احسب I_0 و استنتج I_2 و I_4 ثم احسب I_1 و استنتج I_3 و I_5 ?

التمرين ٧

1- تأكد أن $\forall x\in R^*$ ..... $\frac{1}{x(x^2+1)}=\frac{1}{x}-\frac{x}{x^2+1}$

- احسب $I(\alpha)=\int_\alpha^1 \frac{x.Ln.x}{(x^2+1)^2}.dx$ باستعمال المكاملة بالأجزاء علما أن $\alpha\in]0,1[$

2 - احسب $\lim_{x\to 0^+} I(\alpha)$

التمرين ٨

1- ا- تأكد أن

$\forall x\in R^*-\{-1\}$..... $\frac{1}{x^2(x+1)}=\frac{1}{x^2}-\frac{1}{x}+\frac{1}{x+1}$

ثم احسب $I=\int_1^2 \frac{dx}{x^2(x+1)}dx$

ب- استنتج باستعمال المكاملة بالأجز $J=\int_1^2 \frac{Ln(x+1)}{x^3}.dx$

2- نعتبر التكامل $n\in N^*$ $K_n=\int_0^1 \frac{1}{1+x^n}.dx$

أ- احسب K_1

ب- بين أن $\forall x\geq 0: 1-x^n\leq \frac{1}{1+x^n}\leq 1$

ج- استنتج أن $1-\frac{1}{1+n}\leq K_n\leq 1$ ثم احسب $\lim_{n\to+\infty} K_n$

التمرين ٩

احسب باستعمال المكاملة بتغيير المتغير

$I=\int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x}+2}$ (ضع $t=2+\sqrt{x}$)

$K=\int_1^2 (\frac{e^x-1}{e^x+1})dx$ (ضع $t=e^x$)

$M=\int_1^{Ln2} (e^x+1)dx$ (ضع $t=e^x$)

$L=\int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$ (ضع $t=\tan x$)

التمرين ١٠

نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1;5]$ بـ :

$$f(x)=\begin{cases} x+1\ ;\ -1\leq x\leq 0 \\ -x+1\ ;\ 0<x\leq 3 \\ x-5\ ;\ 3<x\leq 5 \end{cases}$$

احسب مساحة حيز المستوى المحدد بمنحنى الدالة f الممثل في معلم متعامد ،و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما : $x=-1$ و $x=5$.

التمرين ١١

احسب بـوحدة المساحات $(u.a)$ مساحة الحيز الملون