

التمرين ٢

باستعمال المتكاملة بالأجزاء احسب ما يلي :

$$I_2 = \int_0^3 (x-1).e^{2x} dx \quad I_1 = \int_0^1 (x-1)e^x dx$$

$$I_4 = \int_0^1 x^3 e^{x^2} dx \quad I_3 = \int_0^1 x^2 e^{-\frac{x}{2}} dx$$

$$I_6 = \int_1^e \ln x dx \quad I_5 = \int_1^0 (x+1)^2.e^{-x} dx$$

$$I_8 = \int_1^{e-1} (x+1)^2 \ln(x+1) dx \quad I_7 = \int_1^e x \ln x dx$$

$$I_{10} = \int_0^{\pi} \sin x.e^{-x} dx \quad I_9 = \int_1^e \ln(1+x^2) dx$$

$$I_{12} = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x \cos x dx \quad I_{11} = \int_0^1 (1+e^x) \ln(1+e^x) dx$$

التمرين ٣

نعتبر التكاملات $J = \int_0^1 \frac{x^2 dx}{\sqrt{x^2 + 2}}$ و $I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2}}$

$$K = \int_0^1 \sqrt{x^2 + 2} dx$$

نعتبر الدالة $f(x) = \ln(x + \sqrt{x^2 + 2})$

$$I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x^2 + 2}} \quad 1 - \text{احسب } f'(x) \text{ ثم استنتج قيمة}$$

2- تحقق أن $J + 2I = K$

3- باستعمال المتكاملة بالأجزاء على

بين أن $K = \sqrt{3} - J$ ؟

4- استنتاج قيمة كل من K و J ؟

التمرين ٤

احسب التكاملات التالية :

$$K = \int_{-1}^1 |e^x - 1| dx \quad I = \int_0^2 |x-1| dx \quad J = \int_{-1}^3 |x^2 - 3x + 2| dx$$

التمرين ١

(A) احسب التكاملات التالية :

$$I_2 = \int_1^2 (x^2 - \sqrt{2}x) dx \quad I_1 = \int_1^2 (2x-1) dx$$

$$I_3 = \int_1^2 \left(\frac{x^4 - x^2 - 1}{x+1}\right) dx \quad I_4 = \int_0^1 \left(\frac{x+1}{x}\right) dx$$

$$I_6 = \int_1^2 \left(\frac{3x^2 - x - 1}{x^4}\right) dx \quad I_5 = \int_1^2 \left(\frac{1}{x^2} - \frac{2}{x}\right) dx$$

$$I_7 = \int_0^{\ln 2} \left(\frac{e^{2x} + e^x + 1}{e^x}\right) dx \quad I_8 = \int_1^2 x \sqrt{x-1} dx$$

$$I_9 = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \cos(-3x + \frac{\pi}{4}) dx \quad I_{10} = \int_{-\frac{\pi}{4}}^{\frac{\pi}{6}} \frac{1}{\cos^2 x} dx$$

$$n \neq -1 \text{ مع } \int u'(x) \cdot u^n(x) dx = \frac{u^{n+1}(x)}{n+1} + C \quad (B)$$

$$I_{12} = \int_1^0 x^2 \cdot e^{3x^3} dx \quad I_{11} = \int_0^{\pi} \sin x \cos^2 x dx$$

$$I_{14} = \int_e^{e^2} \frac{1}{x} \ln x dx \quad I_{13} = \int_0^1 x \cdot (x^2 + 2)^3 dx$$

$$I_{16} = \int_1^{e^2} \frac{\cos(\ln x)}{x} dx \quad I_{15} = \int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{1}{x \ln^2 x} dx$$

$$\int u'(x) \cdot e^{u(x)} dx = e^{u(x)} \quad \int \frac{u'(x)}{u(x)} dx = \ln|u(x)| + C \quad (C)$$

$$I_{18} = \int_0^{\ln 2} \left(\frac{e^x}{1+e^x}\right) dx \quad I_{17} = \int_0^{\frac{\pi}{3}} \tan x dx$$

$$I_{20} = \int_{-1}^{-2} \left(\frac{x-1}{x^2-2x}\right) dx \quad I_{19} = \int_{-1}^1 \left(\frac{1-e^{-x}}{1+e^{-x}}\right) dx$$

$$I_{23} = \int_1^2 \frac{5+e^x}{x^2} dx \quad I_{22} = \int_0^1 x e^{x^2} dx \quad I_{21} = \int_0^1 e^{4x} dx$$

التمرين ٩

احسب باستعمال المتكاملة بتغيير المتغير

$$(t = 2 + \sqrt{x}) \quad I = \int_0^1 \frac{dx}{\sqrt{x} + 2}$$

$$(t = e^x) \quad K = \int_1^2 \left(\frac{e^x - 1}{e^x + 1} \right) dx$$

$$(t = e^x) \quad M = \int_1^{L_n^2} (e^x + 1) dx$$

$$(t = \tan x) \quad L = \int_0^{\frac{\pi}{4}} \frac{dx}{\cos^2 x}$$

التمرين ١٠

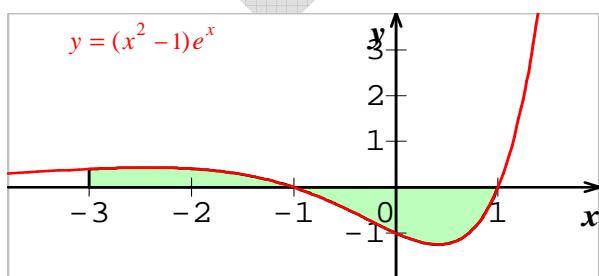
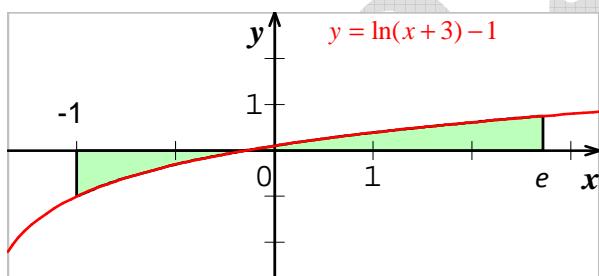
نعتبر الدالة f المعرفة على المجال $[-1; 5]$ بـ :

$$f(x) = \begin{cases} x+1 & ; -1 \leq x \leq 0 \\ -x+1 & ; 0 < x \leq 3 \\ x-5 & ; 3 < x \leq 5 \end{cases}$$

احسب مساحة حيز المستوى المحدد بمنحنى الدالة f الممثل في معلم متعامد ، ومحور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتها : $x = -1$ و $x = 5$.

التمرين ١١

احسب بوحدة المساحات $(u.a)$ مساحة الحيز الملون



التمرين ٥

نعتبر التكامل $I_n = \int_0^1 x^n e^x dx$ $n \in N$

أ- احسب I_1

ب- باستعمال المتكاملة بالأجزاء بين أن $\forall n \in N$

$$I_{n+1} = e - (n+1)I_n$$

$$\int_0^1 (x^3 + 2x^2 - 2x).e^x dx$$

التمرين ٦

نعتبر التكامل $I_n = \int_0^{\frac{\pi}{2}} x^n \cos x dx$ $n \in N$

أ- حدد العلاقة بين I_n و I_{n+2}

ب- احسب I_0 و استنتج I_2 و I_4 ثم احسب I_1 و

استنتاج I_3 و I_5 ؟

التمرين ٧

$$\forall x \in R^* \dots \frac{1}{x(x^2+1)} = \frac{1}{x} - \frac{x}{x^2+1}$$

أ- احسب $I(\alpha) = \int_{\alpha}^1 \frac{x \ln x}{(x^2+1)^2} dx$ باستعمال المتكاملة

بالأجزاء علما أن $\alpha \in [0, 1]$

$$\lim_{x \rightarrow 0^+} I(\alpha)$$

التمرين ٨

أ- تأكد أن

$$\forall x \in R^* - \{-1\} \dots \frac{1}{x^2(x+1)} = \frac{1}{x^2} - \frac{1}{x} + \frac{1}{x+1}$$

$$I = \int_1^2 \frac{dx}{x^2(x+1)}$$

ب- استنتاج باستعمال المتكاملة بالأجز $J = \int_1^2 \frac{\ln(x+1)}{x^3} dx$

$$K_n = \int_0^1 \frac{1}{1+x^n} dx \quad n \in N^*$$

أ- احسب K_1

$$\forall x \geq 0 : 1 - x^n \leq \frac{1}{1+x^n} \leq 1$$

ج- استنتاج أن $\lim_{n \rightarrow +\infty} K_n = 1$ ثم احسب