Lycée Med Ben Hassan El ouazzani Khemisset	Année scolaire 2018/2019	
	Contrôle N° 1[er] semestre	Mathématiques
Niveau : 2éme Année Bac Sm Bac Int	Date : 15/ 10 / 2018	Durée : 2 heures
	Leçons : Limites et continuités – Dérivation	

<u>Exercice 1 :</u> 4pts

Calculer les limites suivantes :

❶ $\lim\limits_{x\to 0^+} \frac{1}{x} Arc\tan\left(\frac{\sqrt{x}}{x+1}\right)$; ❷ $\lim\limits_{x\to +\infty}\left(\sqrt[3]{\left(\sqrt{x}\right)^3+x}-\sqrt[6]{x^3+x^2}\right)$

❸ $\lim\limits_{x\to +\infty} \frac{1}{x}\left(x^{\frac{2}{3}}-x^{\frac{1}{3}}\right)^{\frac{3}{2}}$; ❹ $\lim\limits_{x\to 1^-} \frac{2Arc\tan\left(\frac{1}{\sqrt{1-x}}\right)-\pi}{x-1}$

<u>Exercice 2 :</u>3pts

1pt *1) Résoudre dans IR l'équation suivante :* $\frac{\sqrt[3]{x}-1}{\sqrt[3]{x^2}-1}-\frac{\sqrt[3]{x^2}-1}{\sqrt[3]{x}-1}=4$

1pt *2) a – Montrer que :*

$$\left(\forall a\in \left]-1;1\right[\right)\left(\forall b\in \left]-1;1\right[\right): Arc\tan(a)+Arc\tan(b)=Arc\tan\left(\frac{a+b}{1-ab}\right)$$

1pt *b - Déduire dans l'intervalle* $\left]0,1\right[$ *les solutions de l'équation :*

$$Arc\tan\left(\frac{1-x}{2}\right)+Arc\tan\left(\frac{1+x}{2}\right)=\frac{\pi}{3}$$

<u>Exercice 3 :</u> 2pts

On considère la fonction f définie par : $\begin{cases} f(x)=2x^2+\alpha & ;\ si\ \ x\le 2 \\ f(x)=2\beta x^3+11\beta & ;\ si\ x\succ 2 \end{cases}$.

Déterminer les réels α *et* β *sachant que f est continue en 2 et* $\lim\limits_{x\to 2}\frac{f(x)-f(2)}{x-2}\in\mathbb{R}$

<u>Exercice 4 :</u> 4pts

On considère la fonction f définie sur $f(x)=2x^3-5x^2-3$.

1) Etudier les variations de la fonction f .

2) Montrer que l'équation f(x)=0 admet une solution unique α *puis vérifier que* $\frac{5}{2}\prec\alpha\prec 3$.

3) Déterminer un encadrement de α *de longueur 0.25 .*

4) Déterminer le signe de f(x) sur $\mathbb{R}$.

<u>Exercice 5 :</u> 3pts

Soient α *et* β *deux nombres réels tels que :* $0\prec\alpha\le 3$ *et* $2\le\beta$ *et f une fonction définie par :*

1pt $$f(x)=\frac{x.\sqrt{\alpha-x}}{\beta+\sin\left(\frac{1}{x}\right)}$$

1pt

1pt *1) Donner l'ensemble de définition de la fonction f .*

1pt *2) Montrer que :* $\left(\forall x\in D\cap\left]-1,0\right[\cup\left]0,1\right[\right):\left|f(x)\right|\le 2|x|$

3) Montrer que f admet un prolongement par continuié en 0 .

<u>*Exercice 6 :*</u>*4pts*

On considère la fonction f définie sur IR par :
$$\begin{cases} f(x) = Arc\tan(x) - \dfrac{1}{Arc\tan(x)} & si \quad x \succ 0 \\ f(0) = -1 & \\ f(x) = \dfrac{\sqrt[3]{1-6x} + x - 1}{x} & si \quad x \prec 0 \end{cases}$$

1pt *1) Etudier la continuité de la fonction f en 0 .*

1pt *2) Etudier la dérivabilité de la fonction f en 0 puis interpréter les résultats .*

3) Soit g la restriction de la fonction f sur $I =]0, +\infty[$.

1pt *a - Montrer que g réalise une bijection de I sur un intervalle J à déterminer .*

1pt *b – Calculer* $g^{-1}(x)$ *pour tout* $x \in J$.