المعامل : 9	إ متحان تجريبي للسنة الثانية باكالوريا رقم 1 الشعبة : العلوم الرياضية (أ - ب)	المادة : الرياضيات
مدة الإنجاز : 4 ساعات	ثانوية المختار السوسي نيابة الخميسات	الأستاذ : علي الشريف

آضبط ساعتك و أنجز هذا الإمتحان في ورقة نظيفة محترما الوقت المحدد مع آحترام ضوابط و طقوس الإمتحان

السلم

التمرين الأول : (2.5ن)

1) x و y و z ثلاثة أعداد صحيحة طبيعية.
برهن أنه إذاكان ($x \wedge y = 1$ و $x \wedge z = 1$) فإن ($x \wedge yz = 1$) . — 0.25

2) p و q عددان صحيحان طبيعيان و r باقي القسمة الإقليدية للعدد p على العدد q : — 0.25
برهن أن : $p \wedge q = q \wedge r$

3) ليكن a و b عددين صحيحين طبيعيين بحيث : $a \rangle b \rangle 2$ و $a \wedge b = 1$
نعتبر المجموعتين: $E = \{b' \in IN / b' \langle b$ و $b \wedge b' = 1\}$ و $F = \{ab' / b' \in E\}$ — 0.5

أ- ليكن α عنصرا من المجموعة F , أثبت أن : $\alpha \wedge b = 1$

ب- ليكن α و β عنصرين من المجموعة F بحيث $\alpha \neq \beta$, r_α يرمز لباقي قسمة α على b و r_β و يرمز لباقي قسمة β على b , أثبت أن $r_\alpha \neq r_b$ و $r_\alpha \wedge b = 1$ و $r_\beta \wedge b = 1$. — 0.5

ج- ليكن $\pi(F)$ جداء جميع عناصر المجموعة F و $\pi(E)$ جداء جميع عناصر المجموعة E . — 1
أثبت أن : $\pi(F) = \pi(E)[b]$

التمرين الثاني : (3ن)

نعتبر اللمعادلة : $z \in C \; : \; z^4 = 1 + i.\sqrt{3}$

1) حل المعادلة ثم أعط الشكل المثلثي لكل حل من حلولها. — 0.5

2) أ عط الشكل الجبري لكل جذر من الجذرين المربعين للعدد : $u = i + \sqrt{3}$ — 0.5

3) نضع : $v = \sqrt{\dfrac{2.\sqrt{2} + \sqrt{6}}{4}} + i.\sqrt{\dfrac{2.\sqrt{2} - \sqrt{6}}{4}}$

أ عط الشكل الجبري للعدد v^2 و آستنتج أ ن : $\cos\left(\dfrac{\pi}{12}\right) = \dfrac{\sqrt{6} + \sqrt{2}}{4}$ — 1

4) المستوى P منسوب إلى م.م.م $(O; \vec{e_1} ; \vec{e_2})$. نعتبر التحويل S من P نحو P الذي يربط النقطة $M(z)$ بالنقطة $M'(z')$ بحيث : $z = (1 + i.\sqrt{3}).z - \sqrt{3}$ — 1

حدد طبيعة (Γ) مجموعة النقط M من P بحيث : $\|\overrightarrow{OM'}\| = \sqrt{3}.\|\overrightarrow{OM}\|$

التمرين الثالث : (3.25ن)

نعتبر في $M_2(IR)$: $M(a,b) = \begin{bmatrix} a & -b \\ 3b & a-2b \end{bmatrix}$ حيث (a,b) من IR^2 و E بحيث : $E = \{M(a,b) / (a,b) \in IR^2\}$

1) بين أن $(E,+)$ زمرة تبادلية . — 0.25

2) بين أن لكل a و b و c و d من IR : $M(a,b).M(c,d) = M(ac - 3bd \, , ad + bc - 2bd)$ — 0.5

3) نعتبر التطبيق f التالي : $\begin{aligned} f : E^* &\to \\ M(a,b) &\to (a-b) + i\, b\sqrt{2} \end{aligned}$ حيث: $i^2 = -1$ و $E^* = E - \{M(0,0)\}$

أ- بين أن f تطبيق تقابلي و حدد تقابله العكسي f^{-1} . — 0.5

ب- نقبل أن E^* جزء مستقر من (E,x) . بين أن f تشاكل من (E^*,x) نحو (C^*,x) . — 0.5

4) أ- بين أن (E^*,x) جسم تبادلي . — 0.5

ب- ليكن $M(a,b) \in E^*$ حدد مقلوب $M(a,b)$. 0.5

5) حل في E^* المعادلة : $M(a,b).M(a,b) = M(-1,0)$ 0.5

التمرين الرابع : (2.75ن)

يحتوي صندوق على n بيدقة مكتوب على كل واحدة منها الكلمة "لا" و2n بيدقة مكتوب على واحدة منها الكلمة " نعم".(n عدد صحيح طبيعي أكبر قطعا من 1).

I) نسحب عشوائيا بالتتابع و بإحلال ثلاث بيدقات من الصندوق (بعد كل سحبة نقرأ الكلمة المكتوبة على البيدقة المسحوبة ثم نرجعها إلى الصندوق).

1) أ حسب احتمال الحدث A : سحب على الأقل بيدقة تحمل الكلمة "نعم". 0.75

2) أ حسب احتمال الحدث B : سحب على الأكثر بيدقة تحمل الكلمة"لا" علما أن البيدقة المسحوبة في السحبة الأولى تحمل الكلمة " نعم". 1

II) نسحب بالتتابع و بدون إحلال كل البيدقات إلا بيدقتين.

أ حسب بدلالة n احتمال الحدث C : " البيدقتان المتبقيتان في الصندوق تحملان نفس الكلمة". 1

مسألة : (8.5ن)

نعتبر الدالة f معرفة على $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ ب: $f(x) = |x| + \ln(\cos x)$ و (C_f) منحناها في م.م.م $(O;\vec{i};\vec{j})$

1) أ) أختزل مجال دراسة f. 0.25

ب) تحققأن $\lim_{x\to 0}\frac{\ln(\cos x)}{x} = 0$ ثم ادرس اشتقاقf في 0 0.5

ج) ادرس تغيرات الدالة f و اعط جدول تغيراتها. 1

2) أ) ادرس تقعر المنحنى(C) . 1

ب) بين أنه يوجد α من $\left[\frac{\pi}{4},\frac{\pi}{2}\right[$ بحيث $f(\alpha) = 0$. 0.25

ج) أنشىء (C) في المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$, $((\pi = 3{,}14)\ (\ln 2 \approx 0{,}7))$ 0.5

3) نعتبر الدالة F معرفة من IR نحو IR ب : $F(x) = \int_0^x f(t)\,dt$ و(Γ) منحناها في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

أ) حدد مجموعة تعريف F وبين أن F دالة فردية. 0.5

ب) بين أن F قابلة للإشتقاق على المجال $\left]-\frac{\pi}{2},\frac{\pi}{2}\right[$ ثم أ حسب $F'(x)$. 0.5

ج) ادرس تغيرات الدالة F على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$. 1

د) بين أن النقطة التي أفصولها $\frac{\pi}{4}$ هي نقطة انعطاف للمنحنى(Γ) .ثم استنتج تقعر (Γ) على $\left[0,\frac{\pi}{2}\right[$. 1

4) نضع : $G(x) = \int_0^x \ln(\cos t)\,dt$ حيث $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[$.

أ) بين أنه من أجل $x \in \left[0,\frac{\pi}{2}\right[$: $G(x) = 2G\left(\frac{x}{2}+\frac{\pi}{4}\right) - 2G\left(\frac{\pi}{4}-\frac{x}{2}\right) + x\ln 2$ (يمكن اعتبار مشتقتي طرفي المتساوية) 1

ب) نقبل أن G تقبل نهاية ℓ يسار $x_0 = \frac{\pi}{2}$. تحقق أن : $\ell = -\frac{\pi}{2}\ln 2$ 0.5

ج) استنتج نهاية F على اليسار في النقطة $x_0 = \frac{\pi}{2}$. 0.5