

الأستاذ : محمد البخيري
ثانوية : أحمد الحنصالي التأهيلية
نيابة : طنجة - أصيطة

سلسلة تمارين الرياضيات

من مواضيع الامتحانات الوطنية
درس: الأعداد العقديّة
الثانية بكالوريا علوم تجريبية

وطني 2015 الدورة الإستدراكية

- (1) أ- حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 8z + 32 = 0$
ب- نعتبر العدد العقدي $a = 4 + 4i$ بحيث $a = 4 + 4i$
اكتب العدد العقدي a على الشكل المثلثي ثم استنتج أن a^{12} عدد حقيقي سالب .
(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي:
 $a = 4 + 4i$ و $b = 2 + 3i$ و $c = 3 + 4i$
ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة بالدوران R الذي مركزه C وزاويته $\frac{\pi}{2}$
أ- بين أن $z' = iz + 7 + i$.
ب- تحقق من أن d لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو $3 + 5i$
ج- بين أن مجموعة النقط M ذات اللق z بحيث $|z - 3 - 5i| = |z - 4 - 4i|$ هي المستقيم (BC) .

وطني 2015 الدورة العادية (النسخة الثانية)

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 + 10z + 26 = 0$
(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و Ω التي أحاقها على التوالي هي:
 $a = -2 + 2i$ و $b = -5 + i$ و $c = -5 - i$ و $\omega = -3$
أ- بين أن $\frac{b - \omega}{a - \omega} = i$
ب- استنتج طبيعة المثلث ΩAB
(3) لنكن النقطة D صورة النقطة C ب الإزاحة T التي متجهتها \vec{u} التي لحقها $6 + 4i$
أ- بين أن اللق d للنقطة D هو $1 + 3i$
ب- بين أن $\frac{b - d}{a - d} = 2$

واستنتج أن النقطة A هي منتصف القطعة $[BD]$

وطني 2015 الدورة العادية (النسخة الأولى)

- I- نعتبر العدد العقدي a بحيث $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$
(1) بين أن معيار العدد العقدي a هو $2\sqrt{2} + \sqrt{2}$
(2) تحقق من أن $a = 2\left(1 + \cos \frac{\pi}{4}\right) + 2i \sin \frac{\pi}{4}$
(3) أ- بإخطاط $\cos^2 \theta$ حيث θ عدد حقيقي، بين أن $1 + \cos 2\theta = 2 \cos^2 \theta$
ب- بين أن $a = 4 \cos^2 \frac{\pi}{8} + 4i \cos \frac{\pi}{8} \sin \frac{\pi}{8}$
(نذكر أن $\sin 2\theta = 2 \cos \theta \sin \theta$)
ج- بين أن $4 \cos \frac{\pi}{8} \left(\cos \frac{\pi}{8} + i \sin \frac{\pi}{8}\right)$ هو شكل مثلثي للعدد a
ثم بين أن $a^4 = \left(2\sqrt{2} + \sqrt{2}\right)^4 i$

- II- نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ و Ω التي أحاقها على التوالي هما: $\omega = \sqrt{2}$ و $a = 2 + \sqrt{2} + i\sqrt{2}$ و R الدوران الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

(1) بين أن لحق b للنقطة B صورة A بالدوران R هو $2i$

(2) حدد مجموعة النقط M ذات اللق z بحيث $|z - 2i| = 2$

وطني 2014 الدورة الإستدراكية

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 4z + 5 = 0$
(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقط A و B و C و D و Ω التي أحاقها على التوالي هي: $a = 2 + i$ و $b = 2 - i$ و $c = i$ و $d = 1 - i$ و $\omega = 1$
أ- بين أن $\frac{a - \omega}{b - \omega} = i$
ب- استنتج أن المثلث ΩAB قائم الزاوية ومتساوي الساقين في Ω
(3) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة بالدوران R الذي مركزه Ω وزاويته $\frac{\pi}{2}$

أ- بين أن: $z' = iz + 1 - i$

ب- تحقق من أن $R(A) = C$ و $R(D) = B$

ج- بين أن النقط A و B و C و D تنتمي إلى نفس الدائرة محددًا مركزها

وطني 2014 الدورة العادية

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$
(2) نعتبر العدد العقدي $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$
أ- بين أن معيار العدد u هو $\sqrt{2}$ وأن $\arg u = \frac{\pi}{3}$
ب- باستعمال كتابة العدد u على الشكل المثلثي، بين أن u^6 عدد حقيقي
(3) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقطتين A و B اللتين أحاقهما على التوالي هما:

$$b = 8 \quad \text{و} \quad a = 4 - i4\sqrt{3}$$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M

بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{\pi}{3}$.

- أ- عبر عن z' بدلالة z
ب- تحقق من أن B هي صورة A بالدوران R واستنتج أن المثلث OAB متساوي الأضلاع.

وطني 2013 الدورة الإستدراكية

- (1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 8z + 25 = 0$
(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر (O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقط A و B و C التي أحاقها على التوالي هي:

$$a = 4 + 3i \quad \text{و} \quad b = 4 - 3i \quad \text{و} \quad c = 10 + 3i$$

أ- بين أن لحق النقطة D صورة A النقطة بالإزاحة T هو $d = 10 + 9i$.

- ب- تحقق من أن $\frac{b - a}{d - a} = -\frac{1}{2}(1 + i)$ ثم اكتب العدد العقدي على الشكل المثلثي .

أ- اكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين a و b

الأستاذ : محمد البخيري
ثانوية : أحمد الحنصالي التأهيلية
نيابة : طنجة - أصيلة

سلسلة تمارين الرياضيات

من مواضيع الامتحانات الوطنية
درس: الأعداد العقديّة
الثانية بكالوريا علوم تجريبية

ب- بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها \overrightarrow{OA} هو 6 .

ج- بين أن: $\frac{b-b'}{a-b'} = i$ ثم استنتج أن المثلث $AB'B$

متساوي الساقين وقائم الزاوية في B' .

د- استنتج مما سبق أن الرباعي $OAB'B$ مربع.

وطنى الدورة العادية

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة:

$$z^2 - 18z + 82 = 0$$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر

(O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقطة A و B و C التي أحاقها على التوالي هي:

$$a = 9 + i \quad b = 9 - i \quad c = 11 - i$$

أ- بين أن $\frac{c-b}{a-b} = -i$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم

الزاوية ومتساوي الساقين في B .

ب- اعط الشكل المثلثي للعدد $4(1-i)$.

ج- بين أن $(c-a)(c-b) = 4(1-i)$ ثم استنتج أن

$$AB \times BC = 4\sqrt{2}$$

د- ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة

M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة B

$$\text{وزاويته } \frac{3\pi}{2}$$

بين أن: $z' = -iz + 10 + 8i$ ثم تحقق من أن لحق النقطة C'

صورة النقطة C بالدوران R هو $9 - 3i$.

وطنى الدورة الإستدراكية

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة:

$$z^2 - 8\sqrt{3}z + 64 = 0$$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر

(O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقطة A و B و C التي أحاقها على التوالي هي:

$$a = 8i \quad b = 4\sqrt{3} - 4i \quad c = 2(4\sqrt{3} + 4i)$$

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة

بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

أ- بين أن: $z' = \left(-\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$.

ب- تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R .

ج- بين أن $\frac{a-b}{c-b} = \frac{1}{2} + i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل

المثلثي.

د- استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع.

ج- بين أن: $(\overline{AB}, \overline{AB}) = \frac{5\pi}{4} [2\pi]$.

وطنى الدورة الإستدراكية

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر

(O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقطة A و B و C التي أحاقها على التوالي هي: $a = 7 + 2i$

$$c = -2 + 5i \quad b = 4 + 8i$$

(1) أ- تحقق من أن $(1+i)(-3+6i) = -9+3i$ وبين أن: $\frac{c-a}{b-a} = 1+i$

ب- استنتج أن $AC = AB\sqrt{2}$ وأعط قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{AB}, \overline{AC})$

(2) ليكن R الدوران الذي مركزه B وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ- بين أن لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R هو

$$d = 10 + 11i$$

احسب $\frac{d-c}{b-c}$ واستنتج أن النقطة B و C و D مستقيمة.

وطنى الدورة الإستدراكية

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر

(O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقطة A و B و C التي أحاقها على التوالي هي:

$$a = 2 - i \quad b = 6 - 7i \quad c = 8 + 3i$$

(1) أ- بين أن: $\frac{c-a}{b-a} = i$

ب- استنتج أن المثلث ABC متساوي الساقين وقائم الزاوية في A .

(2) ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M'

صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة Ω منتصف القطعة

$$[BC] \text{ وزاويته } \frac{\pi}{2}$$

أ- تحقق من أن لحق النقطة Ω هو $\omega = 7 - 2i$

ب- بين أن: $z' = -iz + 9 + 5i$

ج- بين أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R .

وطنى الدورة العادية

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 12z + 61 = 0$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر

$(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ ، النقطة A و B و C التي أحاقها على التوالي هي:

$$a = 6 - 5i \quad b = 4 - 2i \quad c = 2 + i$$

أ- احسب $\frac{a-c}{b-c}$ واستنتج أن النقطة A و B و C مستقيمة.

ب- نعتبر الإزاحة T ذات المتجهة \vec{u} حيث لحق \vec{u} هو $1 + 5i$

تحقق من أن لحق النقطة D صورة النقطة C بالإزاحة T

$$\text{هو } d = 3 + 6i$$

ج- بين أن: $\frac{d-c}{b-c} - 1 + i$ و أن $\frac{3\pi}{4}$ عمدة للعدد العقدي $-1 + i$

د- استنتج قياسا للزاوية الموجهة $(\overline{CB}, \overline{CD})$.

وطنى الدورة الإستدراكية

(1) حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة: $z^2 - 6z + 18 = 0$

(2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد منظم مباشر

(O, \vec{u}, \vec{v}) ، النقطتين A و B . اللتين أحاقهما على التوالي هما:

$$a = 3 + 3i \quad b = 3 - 3i$$

بالتوفيق

boukhyari@gmail.com