2 بكالوريا علوم رياضية	فرض محروس رقم 04	منـــارة الفـــردوس
ذ : عبدالله بن لحتير	الدورة الأولى : 2011/2010	نيابة الخميسات

Durée : 02 heures

■ التمرين رقم 01: $(04pts)$

لكل α من $]-\pi;\pi[$ ، نضع : $z=e^{i\alpha}$.

1)- حدد المجموعة S للأعداد α من $]-\pi;\pi[$ بحيث : $1+z+z^2=0$.

2)- ليكن α من $]-\pi;\pi[$ بحيث : $\alpha \notin S$ ، اكتب العدد العقدي $1+z+z^2$ على الشكل المثلثي .

■ التمرين رقم 02: $(06pts)$

لكل $x\in\mathbb{R}$ نضع : $\mathrm{P}(x)=x^2+2(y^2-1)x+y^4-6y^2+1$ ، حيث y بارامتر حقيقي .

1)- حل في المجموعة $\mathbb{R}$ ، المعادلة : $\mathrm{P}(x)=0$.

2)- ليكن $z\in\mathbb{C}^*$ بحيث : $z=x+iy$ ، بين أن : $\mathrm{P}(x^2)=0 \Leftrightarrow \left|z+\frac{1}{z}\right|=2$.

3)- حدد و أنشىء في المستوى العقدي (P) المجموعة : $(\mathrm{E})=\left\{M(z)\in(\mathrm{P});\left|z+\frac{1}{z}\right|=2\right\}$.

■ التمرين رقم 03: $(10pts)$

1)- حل في المجموعة $\mathbb{C}$ المعادلة : $(\mathrm{E}):z^2-2z+1+a^2=0$ ، حيث $a\in\mathbb{C}$.

2)- في المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم ومباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي : $z_A=1+ia$ و $z_B=1-ia$ ، حيث $a\in\mathbb{C}$.

أ- حدد المجموعة (D) للنقط M ذات اللحق a بحيث تكون O و A و B نقطا مستقيمية .

ب- حدد المجموعة (C) للنقط M ذات اللحق a بحيث يكون المثلث OAB قائم الزاوية في O .

3)- نفترض فيما يلي أن : $a=e^{i\theta}$ حيث $\theta\in\left]-\frac{\pi}{2};\frac{\pi}{2}\right[$.

أ- بين أن لكل $\alpha\in\mathbb{R}$ ، لدينا : $1+e^{i\alpha}=2\cos\left(\frac{\alpha}{2}\right)e^{i\frac{\alpha}{2}}$ و $1-e^{i\alpha}=-2i\sin\left(\frac{\alpha}{2}\right)e^{i\frac{\alpha}{2}}$.

ب- إستنتج كل من العددين العقديين z_A و z_B على شكليهما الأسي .

ج- حدد a لكي يكون المثلث OAB متساوي الساقين و قائم الزاوية في O .

إنتهى الموضوع .

⇦ تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .

⇦ تمارين إضافية :

■ التمرين رقم 01:

لكل θ من المجال $]-\pi;\pi[$ ، نضع : $z(\theta)=\frac{1}{2}\left(1+e^{i\theta}\right)^2$.

1)- حدد معيار و عمدة للعدد العقدي $z(\theta)$.

2)- لتكن A و M النقطتين اللتين لحقاهما على التوالي $a=1$ و $z(\theta)$.

⇦ حدد z_P لحق النقطة P المسقط العمودي لـA على (OM) ، ثم أحسب المسافة PM .

■ التمرين رقم 02:

⇦ الجزء الأول:

نعتبر في $\mathbb{C}$ المعادلة : $(\mathrm{E}): z^2-2mz+1=0$ ، حيث $m\in\mathbb{C}$.

1)- ليكن z_1 و z_2 حلي (E) ، بين أن : $|z_1|+|z_2|=|m-1|+|m+1|$.

2)- نفترض أن : $m\notin[-1;1]$ ، بين أن المعادلة (E) تقبل حلا وحيدا معياره أكبر قطعا من 1 .

⇦ الجزء الثاني:

نفترض فيما يلي أن m عدد عقدي لا ينتمي إلى $\mathbb{R}$.

و في المستوى العقدي (P) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم و مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ نعتبر النقط :

A و B و M و M_1 و M_2 التي ألحاقها على التوالي هي : $a=1$ و $b=-1$ و m و z_1 و z_2 .

1)- بين أن M هي منتصف القطعة $[M_1M_2]$ و أن : $OM_1.OM_2=OA^2=OB^2$ و أن

المحور (Ox) هو منصف للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{OM_1},\overrightarrow{OM_2}\right)$.

2)- أحسب $(z_1-m)^2$ و $(z_2-m)^2$ بدلالة m ، ثم إستنتج أن : $MA\times MB=MM_1{}^2=MM_2{}^2$

و أن (M_1M_2) منصف للزاوية الموجهة $\left(\overrightarrow{MA},\overrightarrow{MB}\right)$.