| الأولى بكالوريا علوم رياضية<br>ذ : عبدالله بن لحتير | فـــرض محـــروس رقـــم 03<br>الدورة الأولى : 2010/2009 | مـــنـــارة الـــفـــردوس<br>نيابة الخميسات |
|---|---|---|

## ■ التمرين رقم 01: $(06pts)$

في المستوى $(\mathrm{P})$ ، نعتبر مربعا $ABCD$ طول ضلعه $a$ .

← حدد و أنشىء كل مجموعة من المجموعات التالية :

$$(1pt)\ (\mathrm{E}_1)=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=2a\right\}$$

و $$(1pt)\ (\mathrm{E}_2)=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|=\left\|\overrightarrow{MA}+\overrightarrow{MC}\right\|\right\}$$

و $$(1pt)\ (\mathrm{E}_3)=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|\overrightarrow{MA}+2\overrightarrow{MB}\right\|<a\right\}$$

و $$(1pt)\ (\mathrm{E}_4)=\left\{M\in(\mathrm{P})/a<\left\|2\overrightarrow{MA}-\overrightarrow{MB}+\overrightarrow{MC}\right\|<2a\right\}$$

و $(\mathrm{E}_5)$ مجموعة النقط $M$ من $(\mathrm{P})$ بحيث تكون $2\overrightarrow{MA}+3\overrightarrow{MB}$ مستقيمية مع $\overrightarrow{MC}+\overrightarrow{MD}$ $(1pt)$

و $(\mathrm{E}_6)=\left\{M\in(\mathrm{P})/\left\|\overrightarrow{MA}-2\overrightarrow{MB}\right\|<\left\|2\overrightarrow{MA}-3\overrightarrow{MB}\right\|\right\}$ $(1pt)$ .

## ■ التمرين رقم 02: $(3,5pts)$

في المستوى $(\mathrm{P})$ ، نعتبر مثلثا $ABC$ و النقطة $D$ هي مماثلة $B$ بالنسبة للنقطة $A$ و لتكن $K$ و $F$

النقطتين المعرفتين بما يلي : $\overrightarrow{AK}=\dfrac{3}{5}\overrightarrow{AC}$ و $F=bar\{(B,-1);(C,3)\}$ .

**1)**- أنشىء النقط $D$ و $K$ و $F$ . $(1pt)$

**2)**- باختيار معلم مناسب ، بين أن المستقيمات $(BK)$ و $(AF)$ و $(CD)$ متلاقية . $(1,5pts)$

**3)**- باستعمال مرجح $G$ ، بين أن المستقيمات $(BK)$ و $(AF)$ و $(CD)$ تتلاقى في $G$ . $(1pt)$

## ■ التمرين رقم 03: $(03pts)$

لتكن $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*);a_n=\frac{1}{(n+1)\sqrt{n}+n\sqrt{n+1}} .$$

**1)**- أحسب المجموع : $S=a_1+a_2+...+a_{99}$ . $(1pt)$

**2)**- بين أن المتتالية $(a_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ تناقصية قطعا . $(1,5pts)$

**3)**- إستنتج أن : $(\forall n\in\mathbb{N}^*);a_n\le 1-\dfrac{\sqrt{2}}{2}$ . $(0,5pt)$

## ■ التمرين رقم 04: $\left(04pts\right)$

نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0 \\ (\forall n\in\mathbb{N});u_{n+1} = \dfrac{1}{4}\left(1+\sqrt{u_n}\right)^2 \end{cases}.$$

**1)**- بين أن : $(\forall n\in\mathbb{N});0\le u_n<1$ . $\left(0{,}5pt\right)$

**2)**- بين أن المتتالية $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ تزايدية قطعا . $\left(1pt\right)$

**3)**- لكل $n$ من $\mathbb{N}$ ، نضع : $a_n=\sqrt{u_n}-1$ .

أ- بين أن المتتالية $\left(a_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{2}$ . $\left(0{,}5pt\right)$

ب- أحسب $a_n$ ثم $u_n$ بدلالة $n$ . $\left(1pt\right)$

ج- أحسب بدلالة $n$ المجموع : $S_n=\sqrt{u_0}+\sqrt{u_1}+\sqrt{u_2}+\ldots+\sqrt{u_n}$ . $\left(1pt\right)$

## ■ التمرين رقم 05: $\left(3{,}5pts\right)$

نعتبر المتتالية $\left(u_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 0\ ;\ u_1=1 \\ (\forall n\in\mathbb{N});u_{n+2} = \dfrac{2}{5}u_{n+1}-\dfrac{1}{25}u_n \end{cases}.$$

و لكل $n$ من $\mathbb{N}$ ، نضع : $a_n=u_{n+1}-\dfrac{1}{5}u_n$ و $b_n=5^n\times u_n$ .

**1)**- بين أن المتتالية $\left(a_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ هندسية أساسها $q=\dfrac{1}{5}$ ، ثم أكتب $a_n$ بدلالة $n$ . $\left(1pt\right)$

**2)**- بين أن المتتالية $\left(b_n\right)_{n\in\mathbb{N}}$ حسابية أساسها $r=5$ ، ثم عبر عن $b_n$ بدلالة $n$ . $\left(1pt\right)$

**3)**- أكتب $u_n$ بدلالة $n$ ، ثم بين أن : $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right);0<u_{n+1}\le\dfrac{2}{5}u_n$ . $\left(1pt\right)$

**4)**- إستنتج أنه : $\left(\forall n\in\mathbb{N}^*\right);0<u_n\le\left(\dfrac{2}{5}\right)^{n-1}$ . $\left(0{,}5pt\right)$

## ■ التمرين الإضافي: $\left(03pts\right)$

**1)**- لتكن $\left(a_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية .

و نضع : $S_n=a_1+a_2+\ldots+a_n$ ، حيث $n\in\mathbb{N}^*$ .

➜ بين أن : $S_n\left(S_{3n}-S_{2n}\right)=\left(S_{2n}-S_n\right)^2$ . $\left(1{,}5pts\right)$

**2)**- لتكن $\left(b_n\right)_{n\in\mathbb{N}^*}$ متتالية هندسية أساسها موجب قطعا .

➜ بين أن : $\displaystyle\sum_{k=1}^{2n-1}\sqrt{b_k\times b_{k+1}}=\sqrt{\left(\sum_{k=1}^{n}b_{2k-1}\right)\times\left(\sum_{k=1}^{n}b_{2k}\right)}$ . $\left(1{,}5pts\right)$