Prof : M-ALLAT	Devoir surveillé N°2	1^{ER} BAC SM Etab : Alfallah 3

Exércice 1 : 7 pts

1) soient A et B et C trois parties d'un ensemble E .

a) montrer que : $(A-C)-(B-C)=A-(B\cup C)$

b) montrer que $B-A=(A\cup B)-A$ **et en déduire que** $(A\cup B=A\cup C)\Rightarrow(B-A=C-A)$

2) soient E et F les ensembles définis par :

$E=\left\{x\in\mathbb{Z}/2x^2-x-15\leq 0\right\}$ **et** $F=\left\{n\in\mathbb{N}/\dfrac{2n+16}{n+2}\in\mathbb{N}\right\}$

a) Montrer que : $E=\{-2,-1,0,1,2,3\}$ **et** $F=\{0,1,2,4,10\}$ **.**

b) determiner : $E\cap F$ **et** $E\cup F$ **et** $E\Delta F$ **.**

c) Représenter les ensembles E et F en utilisant un diagramme de Venn.

Exércice 2 : 4 pt

soient E et F et G les ensembles définis par :

$E=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2/2y<x+4\right\}$ **et** $F=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2/x=2y\right\}$ **et** $G=\left\{(x,y)\in\mathbb{R}^2/(x-2)^2+(y-1)^2=1\right\}$

1) montrer que E et F et G sont non vides .

2) Déterminer $F\cap G$

3) montrer que $F\subset E$ **et** $G\subset E$ **.**

Exércice 3 : 5 pts

on considère l'application $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ *définie par* $f(x)=\dfrac{x}{x^2+1}$**.**

1) a) Déterminer $f^{-1}\left(\left\{\dfrac{2}{5}\right\}\right)$

b) en déduire que f n'est pas injéctive .

2) a) Montrer que : $(\forall x\in\mathbb{R})\ |f(x)|\leq\dfrac{1}{2}$

b) en déduire que f n'est pas surjéctive

3) soit g la restriction de f sur l'intérvalle $]1,+\infty[$ **.**

a) montrer que g est une bijéction de $]1,+\infty[$ **vers** $\left]0,\dfrac{1}{2}\right[$

b) Déterminer g^{-1} la bijéction réciproque de g .

Exércice 4 : 4 pts

Soit $f:\mathbb{R}\to]0,+\infty[$ **vérifiant** $\begin{cases}\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\ f(x+y)=f(x)\times f(y)\\ \forall x\in\mathbb{R}: f(x)=1\Rightarrow x=0\end{cases}$

1) montrer que $f(0)=1$

2) montrer que $(\forall x\in\mathbb{R})\ f(-x)=\dfrac{1}{f(x)}$

3) montrer que $\forall(x,y)\in\mathbb{R}^2\ f(x-y)=\dfrac{f(x)}{f(y)}$

4) montrer que f est injéctive .