

Exercice 1 : 5½pts

1. (a) [1 pt] Donnez la négation de la propositions suivante :

$$P : (\exists x \in \mathbb{N}), x^2 - x - 2 = 0$$

- (b) [1 pt] Donnez la valeur de vérité de P .

2. Pour tout entier naturel non nul on pose $S_n = 1 + 2 + \dots + n$.

- (a) [½ pt] Calculer S_1 et S_2 .

- (b) [1 pt] Montrer par récurrence que : $(\forall n \in \mathbb{N}) ; S_n = \frac{n(n+1)}{2}$

- (c) [1 pt] Déduire la somme $S = 1 + 2 + 3 \dots + 99$

3. [1 pt] Montrer par contraposition que :

$$\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2 \quad ; \quad (xy \neq 1 \text{ et } x \neq y) \implies \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}.$$

Exercice 2 : 7½pts

Soit f une fonction numérique définie par : $f(x) = x + 4 - 2\sqrt{x+4}$

1. (a) [½ pt] Vérifier que domaine de définition de la fonction f et $D_f = [-4; +\infty[$.

- (b) [1 pt] Résoudre dans l'intervalle $[-4; +\infty[$ l'équation $f(x) = -1$.

- (c) [1 pt] Déduire que -1 est un minimum de f sur l'intervalle $[-4; +\infty[$.

2. On considère les deux fonctions u et v définies par : $u(x) = x^2 - 2x$ et $v(x) = \sqrt{x+4}$

- (a) [1 pt] Donner le tableau de variation de deux fonctions u et v .

- (b) [1 pt] Dessiner C_v la courbe de la fonction v .

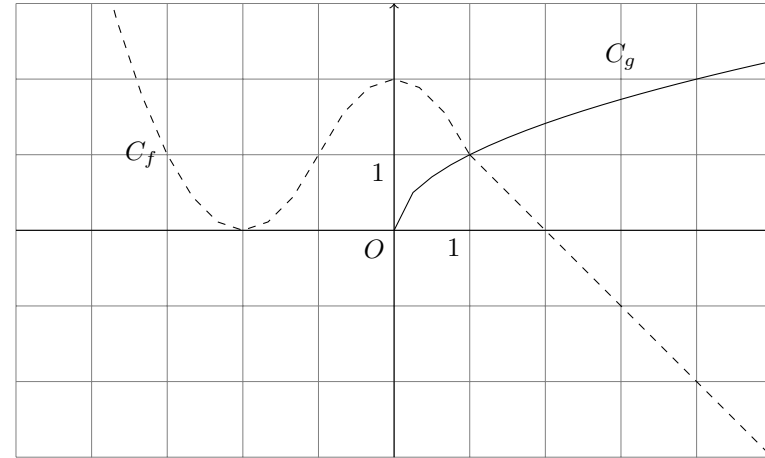
- (c) [1 pt] Déterminer graphiquement $v([-4; -3])$ et $v([-3; +\infty[)$.

- (d) [1 pt] Vérifier que $(\forall x \in [-4; +\infty[); f(x) = u \circ v(x)$.

- (e) [1 pt] Déduire le sens de variation de la fonction f sur les deux intervalles $[-4; -3]$ et $[-3; +\infty[$.

Exercice 3 : 7½pts

La figure ci-dessous représente deux courbe de deux fonctions f et g .



1. (a) [1 pt] Donnez le domaine de définition de chaque fonction.
 (b) [1 pt] Dresser le tableau des variations des deux fonctions f et g .
 (c) [1 pt] Résoudre graphiquement l'équation $g(x) = f(x)$ et l'inéquation $g(x) \geq f(x)$.
2. Soit h une fonction tel que $h = g \circ f$.
 (a) [1 pt] déterminer $h(-2)$ et $h(-1)$.
 (b) [1 pt] résoudre graphiquement l'inéquation $f(x) \geq 0$.
 (c) [1 pt] Déduire le domaine de définition de la fonction h .
 (d) [1 pt] Déterminer graphiquement $f(]-\infty; -2])$, $f([-2; 0])$ et $f([0; 2])$.
 (e) [1 pt] Déduire le sens de variations de h sur les intervalles $]-\infty; -2]$, $[-2; 0]$ et $[0; 2]$.

Bonus : Soit k une fonction définie par $k(x) = \frac{1}{f(x)}$

Donner le domaine de définition et le tableau de variation de la fonction k .