

التمرين الأول :

1- حل في \mathbb{R} المعادلة التالية : $2x\sqrt{x} - 3x^4\sqrt{\frac{1}{x}} = 20$

2- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt{x+1}} = 1$ ثم أحسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x}}{1 + \sqrt{x}}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1}$

3- قارن العددين $\sqrt[3]{3^3 4}$ و $\sqrt{4\sqrt{3}}$ ثم بين أن العدد $A = \frac{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3^3 2} \cdot \sqrt[6]{128}}{\sqrt[3]{2}}$ عدد صحيح طبيعي

4- نعتبر u الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بمايلي : $u(x) = x^3 - x - 1$

أ- بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل حلاً و حيداً α على المجال $[1, 2]$

ب- بإستعمال طريقة التفرع الثنائي إعط تاطيراً للعدد α سعته $2,5 \times 10^{-1}$

التمرين الثاني :

لتكن f دالة عددية متصلة على المجال \mathbb{R}

و g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^+ بمايلي : $g(x) = \sqrt[3]{x} \cdot (\sqrt[3]{x} - 1) \cdot f(x) - 2\sqrt[3]{x} + 1$

1- بين أن الدالة g متصلة على \mathbb{R}^+ و تحقق أن $g(0) \cdot g(1) < 0$

2- إستنتج أن : $\exists \alpha \in [0, 1] ; f(\alpha) = \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha} - 1}$

التمرين الثالث :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2} ; x \neq 2 \\ f(2) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

1- تحقق أن مجموعة تعريف الدالة f هي $[1, +\infty[$

2- بين أن الدالة f متصلة وقابلة للإشتقاق في النقطة $x_0 = 2$

3- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و إستنتج معادلة المقارب الأفقي

3- بين أن : $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) + 1}{x - 1} = +\infty$ ثم أول النتيجة تحليلياً و هندسياً

4- تحقق أن : $f'(x) = \frac{x - 2\sqrt{x-1}}{2(x-2)^2 \cdot \sqrt{x-1}}$ لكل x من $]1, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيراتها

5- أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من J نحو $[1, +\infty[$ (J يتم تحديده)

ب- علل وجود العدد $(f^{-1})'(-\frac{1}{2})$ ثم حدد قيمته (تذكر أن : $f(2) = -\frac{1}{2}$)

6- بين أن : $f^{-1}(x) = \frac{2x^2 + 2x + 1}{x^2}$ لكل x من J

7- أنشئ (\mathcal{S}_f) و $(\mathcal{S}_{f^{-1}})$ في معلم متعامد ممنظم $(\vec{o}, \vec{i}, \vec{j})$

التمرين الأول :

1- حل في \mathbb{R} المعادلة التالية : $2x\sqrt{x} - 3x^4\sqrt{\frac{1}{x}} = 20$

2- بين أن : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[3]{x+1} - \sqrt{x+1}}{\sqrt[4]{x+1} - \sqrt{x+1}} = 1$ ثم أحسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{\sqrt[4]{x}}{1 + \sqrt{x}}$ و $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 1}{\sqrt{x} - 1}$

3- قارن العددين $\sqrt[3]{3^3 4}$ و $\sqrt{4\sqrt{3}}$ ثم بين أن العدد $A = \frac{\sqrt[4]{2} \cdot \sqrt{2} \cdot \sqrt[4]{3^3 2} \cdot \sqrt[6]{128}}{\sqrt[3]{2}}$ عدد صحيح طبيعي

4- نعتبر u الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بمايلي : $u(x) = x^3 - x - 1$

أ- بين أن المعادلة $u(x) = 0$ تقبل حلاً و حيداً α على المجال $[1, 2]$

ب- بإستعمال طريقة التفرع الثنائي إعط تآطيراً للعدد α سعته $2,5 \times 10^{-1}$

التمرين الثاني :

لتكن f دالة عددية متصلة على المجال \mathbb{R}

و g الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R}^+ بمايلي : $g(x) = \sqrt[3]{x} \cdot (\sqrt[3]{x} - 1) \cdot f(x) - 2\sqrt[3]{x} + 1$

1- بين أن الدالة g متصلة على \mathbb{R}^+ و تحقق أن $g(0) \cdot g(1) < 0$

2- إستنتج أن : $\exists \alpha \in [0, 1] ; f(\alpha) = \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha}} + \frac{1}{\sqrt[3]{\alpha} - 1}$

التمرين الثالث :

نعتبر f الدالة العددية المعرفة بمايلي :

$$\begin{cases} f(x) = \frac{1 - \sqrt{x-1}}{x-2} ; x \neq 2 \\ f(2) = -\frac{1}{2} \end{cases}$$

1- تحقق أن مجموعة تعريف الدالة f هي $[1, +\infty[$

2- بين أن الدالة f متصلة وقابلة للإشتقاق في النقطة $x_0 = 2$

3- أحسب النهاية $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و إستنتج معادلة المقارب الأفقي

3- بين أن : $\lim_{x \rightarrow 1^+} \frac{f(x) + 1}{x - 1} = +\infty$ ثم أول النتيجة تحليلياً و هندسياً

4- تحقق أن : $f'(x) = \frac{x - 2\sqrt{x-1}}{2(x-2)^2 \cdot \sqrt{x-1}}$ لكل x من $]1, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيراتها

5- أ- بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة من J نحو $[1, +\infty[$ (J يتم تحديده)

ب- علل وجود العدد $(f^{-1})'(-\frac{1}{2})$ ثم حدد قيمته (تذكر أن : $f(2) = -\frac{1}{2}$)

6- بين أن : $f^{-1}(x) = \frac{2x^2 + 2x + 1}{x^2}$ لكل x من J

7- أنشئ (\mathcal{S}_f) و $(\mathcal{S}_{f^{-1}})$ في معلم متعامد ممنظم $(0, \vec{i}, \vec{j})$