

2° BAC .Sc. Physique	Nombres complexes	PROF : SAKAT
<p>Exercice 1: (Bac 2008 session normale)</p> <p>1- Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 6z + 34 = 0$.</p> <p>2- Dans le plan complexe on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 3 + 5i$; $b = 3 - 5i$; $c = 7 + 3i$. Et soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L' image de M par la translation T de vecteur \vec{u} d'affixe $4 - 2i$.</p> <p>a- Montrer que : $z' = z + 4 - 2i$. et que C est l'image du point A par T.</p> <p>b- Montrer que : $\frac{b-c}{a-c} = 2i$.</p> <p>c- En déduire que le triangle ABC est rectangle et que : $BC = 2 AC$.</p> <p>Exercice 2: (Bac 2008 session de rattrapage)</p> <p>1- Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 8z + 17 = 0$.</p> <p>2- Dans le plan complexe on considère les points A et B d'affixes respectives : $a = 4 + i$; $b = 8 + 3i$ Et soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L' image de M par la rotation R de centre Ω d'affixe $\omega = 1 + 2i$, et d'angle : $\frac{3\pi}{2}$.</p> <p>a- Montrer que : $z' = -iz - 1 + 3i$.</p> <p>b- Vérifier que l'affixe du point C l'image du point A par T est : $c = -i$.</p> <p>c- Montrer que : $b - c = 2(a - c)$; puis en déduire que les points : A, B et C sont alignés.</p> <p>Exercice 3: (Bac 2009 session normale)</p> <p>Dans le plan complexe on considère les points A, B et C d'affixes respectives :</p> <p>$a = 2 - 2i$; $b = \frac{-\sqrt{3}}{2} + \frac{1}{2}i$; $c = 1 - \sqrt{3} + i(1 + \sqrt{3})$</p> <p>1- Ecrire a et b sous forme trigonométrique. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L' image de M par la rotation R de centre O et d'angle : $\frac{5\pi}{6}$.</p> <p>a- Montrer que : $z' = bz$.</p> <p>b- Vérifier que le point C est l'image du point A par R.</p> <p>3- Montrer que : $\arg(c) \equiv \arg(a) + \arg(b) [2\pi]$. puis déterminer l'argument de c.</p> <p>Exercice 4: (Bac 2009 session de rattrapage)</p> <p>1- Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 6z + 25 = 0$.</p> <p>2- Dans le plan complexe on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives : $a = 3 + 4i$; $b = 3 - 4i$; $c = 2 + 3i$, $d = 5 + 6i$</p> <p>a- Calculer $\frac{d-c}{a-c}$ puis en déduire que les points A, C et D sont alignés</p>	<p>b- Montrer que $p = 3 + 8i$ est l'affixe du point P : image du point A par l'homothétie h de centre B et de rapport $\frac{3}{2}$.</p> <p>c- Ecrire sous forme trigonométrique $\frac{d-p}{a-p}$; puis déduire que $\frac{\pi}{4}$ est la mesure de l'angle $(\overrightarrow{PA}, \overrightarrow{PD})$ et que $PA = \sqrt{2} PD$.</p> <p>Exercice 5: (Bac 2010 session normale)</p> <p>1- Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 6z + 10 = 0$.</p> <p>2- Dans le plan complexe on considère les points A, B et C d'affixes respectives :</p> <p>$a = 3 - i$; $b = 3 + i$; $c = 7 - 3i$.</p> <p>Et soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L' image de M par la rotation R de centre A et d'angle : $\frac{\pi}{2}$.</p> <p>a- Montrer que : $z' = iz + 2 - 4i$.</p> <p>b- Vérifier que l'affixe du point C' l'image du point C par R est : $c' = 5 + 3i$.</p> <p>c- Montrer que : $\frac{c'-b}{c-b} = \frac{1}{2}i$.</p> <p>En déduire que le triangle BCC' est rectangle en B et que : $BC = 2 BC'$</p> <p>Exercice 6: (Bac 2011 session normale)</p> <p>1- Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 18z + 82 = 0$.</p> <p>2- Dans le plan complexe on considère les points A, B et C d'affixes respectives : $a = 9 + i$; $b = 9 - i$; $c = 11 - i$.</p> <p>a- Montrer que : $\frac{c-b}{a-b} = -i$.</p> <p>En déduire que le triangle ABC est rectangle et isocèle en B.</p> <p>b- Ecrire sous forme trigonométrique $4(1 - i)$.</p> <p>c- Montrer que $(c - a)(b - a) = 4(1 - i)$; puis déduire que $AC \times BC = 4\sqrt{2}$.</p> <p>3- Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L' image de M par la rotation R de centre B et d'angle $\frac{3\pi}{2}$.</p> <p>a- Montrer que : $z' = -iz + 10 + 8i$.</p> <p>b- Vérifier que le point B est l'image du point A par R.</p> <p>Exercice 7: (Bac 2014 session normale)</p> <p>1- Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - z\sqrt{2} + 2 = 0$.</p> <p>2- On considère le nombre complexe : $u = \frac{\sqrt{2}}{2} + \frac{\sqrt{6}}{2}i$</p> <p>a- Montrer que le module de u est $\sqrt{2}$ et que $\arg(u) \equiv \frac{\pi}{3} [2\pi]$</p> <p>b- En utilisant l'écriture de u sous forme trigonométrique, montrer que u^6 est un nombre réel.</p> <p>2- Dans le plan complexe on considère les points A et B d'affixes respectives : $a = 4 - 4i\sqrt{3}$; $b = 8$. Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L' image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{\pi}{3}$.</p> <p>a- Exprimer z' en fonction de z</p> <p>b- Vérifier que le point B est l'image du point A par R. et en déduire que le triangle OAB est équilatéral</p>	

Exercice 8: (Bac 2014 session de rattrapage)

1-Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 4z + 5 = 0$.

2- Dans le plan complexe on considère les points A, B, C, D et Ω d'affixes respectives :

$$a=2+i ; b=2-i ; c=i ; d=-i ; \omega=1.$$

a-Montrer que : $\frac{a-\omega}{b-\omega} = i$.

b- En déduire que le triangle ΩAB est rectangle isocèle en Ω .

3-Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L 'image de M par L a rotation R de centre Ω , et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

a- Montrer que : $z' = iz + 1 - i$.

b- Vérifier que : $R(A) = C$ et $R(D) = B$

c- Montrer que les points A, B, C et D appartiennent à un même cercle dont on déterminera le centre.

Exercice 9: (Bac 2015 session de rattrapage)

1-Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 + 10z + 26 = 0$.

2- Dans le plan complexe on considère les points A, B, C et Ω d'affixes respectives :

$$a=-2+2i ; b=-5+i ; c=-5-i ; \omega=-3.$$

a-Montrer que : $\frac{b-\omega}{a-\omega} = i$.

b- En déduire la nature du triangle ΩAB .

3-Soit D L 'image du point C par L a translation T de vecteur \vec{u} d'affixe $6+4i$.

a- Montrer que l'affixe du point D est : $d = 1 + 3i$.

b- Montrer que : $\frac{b-d}{a-d} = 2$, puis déduire que le point A est le milieu du segment $[BD]$.

Exercice 10: (Bac 2016 session normale)

1-Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 4z + 29 = 0$.

2- Dans le plan complexe on considère les points A, B et Ω d'affixes respectives :

$$a=5+2i ; b=5+8i ; \omega=2+5i.$$

a-Soit u le nombre complexe : $u = b - \omega$.

Vérifier que : $u = 3 + 3i$, puis montrer que :

$$\arg(u) \equiv \frac{\pi}{4} [2\pi]$$

c- Déterminer un argument du nombre \bar{u} .

Vérifier que : $a - \omega = \bar{u}$, puis en déduire que :

$$\Omega A = \Omega B \text{ et } \arg\left(\frac{b-\omega}{a-\omega}\right) \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

d- On considère la rotation R de centre Ω et d'angle $\frac{\pi}{2}$.

Déterminer l'image de A par R .

Exercice 11: (Bac 2017 session normale)

On considère les nombres complexes :

$$a=\sqrt{3}+i ; b=\sqrt{3}-1+(\sqrt{3}+1)i$$

1-a-Vérifier que : $b = (1+i)a$.

b-Déduire que : $|b| = 2\sqrt{2}$ et que $\arg(b) \equiv \frac{5\pi}{12} [2\pi]$

c-Déduire que de ce qui précède que : $\cos \frac{5\pi}{12} = \frac{\sqrt{6}-\sqrt{2}}{4}$

2- Dans le plan complexe on considère les points A et B

d'affixes respectives a et b , et C d'affixe $c = -1 + i\sqrt{3}$

a-Vérifier que $c = ia$, et en déduire que $OA = OC$ et

$$\overrightarrow{(OA; OC)} \equiv \frac{\pi}{2} [2\pi]$$

b-Montrer que le point B est l'image de A par la translation de vecteur \vec{OC} .

c-En déduire que le quadrilatère $OABC$ est un carré.

Exercice 12: (Bac 2018 session normale)

1-Résoudre dans \mathbb{C} : $2z^2 + 2z + 5 = 0$.

2- Dans le plan complexe on considère la rotation R de centre O et d'angle $\frac{2\pi}{3}$.

a-Ecrire sous forme trigonométrique le nombre : $d = \frac{-1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i$

b- Soit A le point d'affixe $a = \frac{-1}{2} + \frac{3}{2}i$ et B l'image de A par la rotation R , et b l'affixe de B .

Montrer que $b = d.a$

3-Soit t L a translation de vecteur \vec{OA} , et le point C : image de B par la translation, et c l'affixe du point C .

a-Vérifier que : $c = b + a$, puis déduire que :

$$c = a\left(\frac{1}{2} + \frac{\sqrt{3}}{2}i\right) \quad (\text{vous pouvez étudier la question 2-b})$$

b-Déterminer $\arg\left(\frac{c}{a}\right)$ puis en déduire que le triangle OAC est équilatéral.

Exercice 13: (Bac 2019 session normale)

1-Résoudre dans \mathbb{C} : $z^2 - 2z + 4 = 0$.

2- Dans le plan complexe on considère les points A, B, C et D d'affixes respectives :

$$a=1-i\sqrt{3} ; b=2+2i ; c=\sqrt{3}+i ; d=-2+2\sqrt{3}$$

a-Vérifier que : $a - d = -\sqrt{3}(c - d)$.

b- En déduire que les points A, C et D sont alignés.

3-Soit z l'affixe du point M et z' l'affixe de M' : L 'image de M par la rotation R de centre O et d'angle $\frac{-\pi}{3}$.

Vérifier que : $z' = \frac{1}{2}az$.

4-Soient H l'image du point B par la rotation R , h son affixe et P le point d'affixe p tel que $p = a - c$.

a-Vérifier que $h = ip$.

b-Montrer que le triangle OHP est rectangle et isocèle en O .