معهد بليز باسكال الرباط INSTITUT BLAISE PASCAL	مادة الرياضيات	الموسم الدراسي :2012/2011
الاستاذ: اخير	سلسلة تمارين رقم : 8	القسم : 1 باك علوم رياضية

تمرين 1:

1- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $\cos 3x = \frac{1}{2}$

بكتابة $\cos 3x$ بدلالة $x = \cos x$ استنتج أن الأعداد $x_1 = \cos\frac{\pi}{9}$ و $x_2 = \cos\frac{7\pi}{9}$ و $x_3 = \cos\frac{13\pi}{9}$ جذورا للمعادلة: $8x^3 - 6x - 1 = 0$

2- عمل الحدودية $8x^3 - 6x - 1$

ثم بنشر هذا التعميل استنتج قيم الأعداد.

$$A = \cos\frac{\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{13\pi}{9}$$

$$B = \cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{7\pi}{9} + \cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{13\pi}{9} + \cos\frac{7\pi}{9}\cdot\cos\frac{13\pi}{9}$$

$$C = \cos\frac{\pi}{9}\cdot\cos\frac{7\pi}{9}\cdot\cos\frac{13\pi}{9}$$

تمرين 2:

ليكن $n \in \mathbb{N}$.

نقبل أنه توجد حدودية T_n درجتها n بحيث: $\forall\theta\in\mathbb{R}: \cos(n\theta) = T_n(\cos\theta)$

1- أ- تحقق من أن: $T_0(x) = 1$ و $T_1(x) = x$ و $T_2(x) = 2x^2 - 1$

ب- أثبت أن:

$$(\forall k\in\mathbb{Z})(\forall\theta\in\mathbb{R}) : \cos\left((k+1)\theta\right) + \cos\left((k-1)\theta\right) = 2\cos(k\theta)\cos\theta$$

ج- استنتج أن:

$$\forall k\in\mathbb{N}^* : T_{k+1}(x) = 2x\,T_k(x) - T_{k-1}(x)$$

د- استنتج $T_3(x)$ و $T_4(x)$

2- أ- حل في $[0,\pi]$ المعادلة: $\cos 4\theta = 0$

ب- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $T_4(x) = 0$

ج- استنتج $\cos\frac{\pi}{8}$ و $\cos\frac{3\pi}{8}$

T_n : polynômes de Tchebychev.