الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي ذ.سمير الرحموني	الفرض المحروس 4	الأولى علوم رياضية 2014-1-7

التمرين الأول: (6 ن)

نعتبر المتتالية $(u_n)_n$ المعرفة بما يلي: $\begin{cases} u_0 = 3 \\ u_{n+1} = \dfrac{8(u_n - 1)}{u_n + 2} ; \ n \in \mathbb{N} \end{cases}$ ونضع لكل n من $\mathbb{N}$: $v_n = \dfrac{u_n - 4}{u_n - 2}$

1. بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : \ 2 \prec u_n \prec 4$ — 1
2. تحقق من أن : $\forall n \in \mathbb{N} : u_{n+1} - u_n = \dfrac{(u_n - 2)(4 - u_n)}{u_n + 2}$ ثم استنتج رتابة المتتالية $(u_n)_n$ — 1
3. بين أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 4 - u_{n+1} \leq \dfrac{4}{5}(4 - u_n)$ — 0.75
4. استنتج أن : $(\forall n \in \mathbb{N}) : 4 - u_n \leq \left(\dfrac{4}{5}\right)^n$ — 0.75
5. نضع لكل n من $\mathbb{N}$: $S_n = u_0 + u_1 + ... + u_n$. بين أن $\forall n \in \mathbb{N} : S_n \geq 4n - 1 + 4\left(\dfrac{4}{5}\right)^n$ — 0.5
6. بين أن المتتالية $(v_n)_n$ هندسية محددا أساسها وحدها الأول. — 1
7. حدد v_n ثم u_n بدلالة n . — 1

التمرين الثاني: (5 ن)

ليكن ABC مثلث و E و F النقطتين بحيث : $\overrightarrow{AE} = \dfrac{8}{17}\overrightarrow{AB}$ و $\overrightarrow{AF} = \dfrac{2}{5}\overrightarrow{AC}$

ولتكن النقطة G مرجح النقط المتزنة $\{(A;9);(B;8);(C;6)\}$

1. بين أن المستقيمان (BF) و (CE) يتقاطعان في النقطة G. — 2
2. حدد و أنشئ مجموعة النقط M من المستوى بحيث تكون المتجهتان $9\overrightarrow{AM} + 8\overrightarrow{BM} + 6\overrightarrow{CM}$ و $\overrightarrow{BA}$ مستقيميتين. — 1.5
3. حدد وأنشئ المجموعة $(\Gamma) = \left\{ M \in (P) / \left\| 9\overrightarrow{AM} + 8\overrightarrow{BM} + 6\overrightarrow{CM} \right\| = 23AB \right\}$ — 1.5

التمرين الثالث: (5 ن)

نعتبر الدالتين العدديتين f و g بحيث: $g(x) = \sqrt{x+1}$ و $f(x) = x^2 + 4x + 1$

وليكن (C_f) و (C_g) منحنيا الدالتين f و g في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1. تحقق من أن المنحنيين (C_f) و (C_g) يمران من النقطة $A(0;1)$ — 0.5
2. اعط جدول تغيرات كل من الدالتين f و g. — 1
3. أنشئ المنحنيين (C_f) و (C_g) في نفس المعلم $(O;\vec{i};\vec{j})$. — 1.5
4. حل مبيانيا المتراجحة : $x^2 + 4x + 1 \leq \sqrt{x+1}$ — 0.5
5. نعتبر الدالة العددية h المعرفة بما يلي : $h(x) = f \circ g(x)$
   - أ- تحقق من أن $D_h = [-1;+\infty[$ — 0.5
   - ب- أدرس تغيرات الدالة h على المجال $[-1;+\infty[$ — 1

التمرين الرابع: (4 ن)

نعتبر النقط $A(-2;0)$ و $B(1;1)$ و $C(2;-2)$ — 1

1. احسب $\overrightarrow{AB}\cdot\overrightarrow{AC}$ و AB و AC — 1
2. احسب $\cos\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ و $\sin\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ ثم استنتج قياسا للزاوية $\left(\overrightarrow{AB},\overrightarrow{AC}\right)$ بالراديان. — 1
3. حدد معادلة ديكارتية للمستقيم (D) واسط القطعة $[AB]$ — 1
4. حدد قيمة العدد الحقيقي m علما أن المتجهة $\vec{u}(m-1,m^2-1)$ منظمية على المستقيم $(\Delta) : 2x - 4y + 1 = 0$

الثانوية التأهيلية سلمان الفارسي ذ.سمير الرحموني	الفرض المحروس 4	الأولى علوم رياضية 2014-1-7