ثانوية ابن غازي التأهيلية	فرض محروس رقم 01	1 بكالوريا علوم رياضية
نيابة الرباط	الدورة الثانية : 2012/2011	ذ : عبدالله بن لختير

Durée:02h30mn

■ التمرين رقم 01: $(03pts)$

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$f(x)=\begin{cases} x^2+|x+2|-1 \ ; \ x<1 \\ (x-1)\sqrt{x-1}+3x \ ; \ x\geq 1 \end{cases}$$

1)- أ- أدرس قابلية إشتقاق f على اليمين و على اليسارفي $x_0=1$.

ب- هل f قابلة للإشتقاق في $x_0=1$ ؟ أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

2)- أدرس قابلية إشتقاق f في العدد -2 ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

■ التمرين رقم 02: $(04pts)$

⇦ أحسب كل نهاية مما يلي :

$$(1):\lim_{x\to 0}\frac{\sin(2x)-2\sin x}{x^3} \text{ و } (2):\lim_{x\to 1}(x-1)\tan\left(\frac{\pi}{2}x\right) \text{ و } (3):\lim_{x\to+\infty}\left(\frac{x}{\sqrt{x+1}}-\frac{x}{\sqrt{x-1}}\right)$$

و $(4):\lim_{x\to-\infty}\left(2x^2+x\sqrt{4x^2+3x-7}\right)$ و $(5):\lim_{x\to 1}\frac{\left(x+x^2+...+x^n\right)-n}{(2-x)^n-1}$ ، حيث $n\in\mathbb{N}^*$.

■ التمرين رقم 03: $(6;5pts)$

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x)=1-\dfrac{2}{x^2-x}$.

1)- حدد D_f ، ثم أحسب نهايات f عند محداته .

2)- بين أن f قابلة للإشتقاق على كل مجال ضمن D_f وأن : $(\forall x\in D_f);\ f'(x)=\dfrac{2(2x-1)}{\left(x^2-x\right)^2}$.

3)- أدرس إشارة f' على D_f ، ثم ضع جدول تغيرات f .

4)- أ- تحقق من أن : $(\forall x\in D_f);\ f(x)=\left(1+\dfrac{1}{x}\right)\times\left(1+\dfrac{1}{1-x}\right)$.

ب- إستنتج أن : $\left(\forall\alpha\in\left]0;\dfrac{\pi}{2}\right[\right);\left(1+\dfrac{1}{\cos^2\alpha}\right).\left(1+\dfrac{1}{\sin^2\alpha}\right)\geq 9$ ، متى يتحقق التساوي ؟

5)- ليكن $n\in\mathbb{N}$ بحيث $n\geq 2$ ، ضع جدول تغيرات الدالة F المعرفة بما يلي : $F(x)=\left[f(x)\right]^n$.

■ التمرين رقم 04: $(6;5pts)$

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي : $f(x)=(x-1)\sqrt{2-x}$.

1)- حدد D_f ، ثم أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$.

2)- أدرس قابلية إشتقاق f على اليسار في $x_0=2$ ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

3)- بين أن f قابلة للإشتقاق على $D_f-\{2\}$ و أن : $(\forall x\in D_f-\{2\});\ f'(x)=\dfrac{-3x+5}{2\sqrt{2-x}}$.

4)- أدرس إشارة f' على $D_f-\{2\}$ ، ثم إستنتج رتابة f و ضع جدول تغيراتها .

5)- بين أنه يوجد مماسين (T_1) و (T_2) للمنحنى (C_f) مارين من أصل المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$ (في نقطتين M_1 و M_2 ينبغي تحديد أفصوليهما) .

⇦ تمارين إضافية:

■ التمرين رقم 01:

⇦ لتكن f و F الدالتين المعرفتين على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$F(x)=\sum\limits_{k=0}^{2n+1}x^k$ و $f(x)=\sum\limits_{k=0}^{2n}(k+1)x^k$ ، حيث $n\in\mathbb{N}^*$.

1)- بين أن F قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و أن : $(\forall x\in\mathbb{R});F'(x)=f(x)$.

2)- إستنتج أن : $(\forall x\in\mathbb{R}-\{1\});\ f(x)=\dfrac{(2n+1)x^{2n+2}-(2n+2)x^{2n+1}+1}{(x-1)^2}$.

3)- نعتبر في المجموعة $\mathbb{R}$ المعادلة : $(\mathrm{E}):\mathrm{P}_n(x)=0$ ، حيث $\mathrm{P}_n(x)=\sum\limits_{k=0}^{2n}(-1)^k(k+1)x^{2n-k}$.

- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^*);\mathrm{P}_n(x)=x^{2n}.f\left(\dfrac{-1}{x}\right)$ و إستنتج مجموعة حلول المعادلة (E) في $\mathbb{R}$.

■ التمرين رقم 02:

⇦ ليكن ABC مثلثا نصف محيطه p و R هو شعاع الدائرة (C) المحيطة به .

- بين أن : $p\leq\dfrac{3\sqrt{3}}{2}R$ ، ثم حدد شرطا كافيا ولازما لكي يتحقق التساوي في المتفاوتة السابقة .

إنتهى الموضوع .

⇦ تخصص نقطة إضافية لحسن التنظيم و جودة التحرير و الدقة في الأجوبة .