Lycée Moussa Bno Noussaer khémisset	Concours général Des sciences et techniques Phase de présélection	1er Bac Sc Mat Int
		Durée : 3 heures

o Exercice n°1: (2pts)

Soit $(S_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ la suite numérique définie par :

$$(\forall n\in\mathbb{N}^*), S_n=\prod_{k=1}^{n}\left(1+\frac{1}{k^3}\right).$$

2 ✓ Démontrer que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*), S_n<3$.

o Exercice n°2: (2,5pts)

On pose : $N=1\times 2\times 3\times \ldots \times 50$.

1 1)- Combien de multiples de 2 a-t-on entre zéro et N ?

1 2)- Combien de multiples de 5 a-t-on entre zéro et N ?

0,5 3)- Par combien de zéro se termine l'écriture décimale de N ?

o Exercice n°3: (3,5pts)

Soient ABCD un rectangle tel que : AB = 2cm et AD = 1cm.

On considère un point M variable sur le segment $[BC]$ différent de B et C et soit I le point d'intersection de $[AM]$ et $[BD]$.

On pose : $x=BM$ et on désigne par $f(x)$ la somme des surfaces des Deux triangles AID et BIM .

2 1)- Montrer que : $(\forall x\in]0,1[), f(x)=\dfrac{x^2+1}{x+1}$.

1,5 2)- Etudier les variations de f et en déduire la position du point M pour laquelle la surface f est minimale .

o Exercice n°4: (5pts)

2 1)- Montrer que : $(\forall x\in]0,1[), \sqrt{1-x}<1-\dfrac{x}{2}<\dfrac{1}{\sqrt{1+x}}$.

2)- Soit $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ la suite numérique définie par :

$$u_0=\frac{1}{2} \text{ et } (\forall n\in\mathbb{N}^*), u_n=\left(1-\frac{1}{2n}\right)\times u_{n-1}.$$

Et pour tout $n\in\mathbb{N}^*$, on pose : $v_n=u_n\times\sqrt{n}$ et $w_n=u_n\times\sqrt{n+1}$.

2 a)- Montrer que $(v_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est strictement décroissante et que $(w_n)_{n\in\mathbb{N}^*}$ est strictement croissante (utiliser 1)-) .

1 b)- En déduire que : $(\forall n\in\mathbb{N}^*), \dfrac{1}{4.\sqrt{n}}\le u_n\le\dfrac{\sqrt{2}}{4.\sqrt{n+1}}$.

- **Exercice n°5: (2pts)**

Soit ABCD un quadrilatère convexe dont les sommets A,B,C,D Sont cocycliques.

2 ✓ Démontrer que : $AB \times CD + BC \times AD = AC \times BD$.

- **Exercice n°6: (5pts)**

Soit $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ une fonction telle que :

$$\left(\forall (x,y) \in \mathbb{R}^2\right), f\left(x^2 + f(y)\right) = y + \left(f(x)\right)^2$$

1 1)- a)- Montrer que f est bijective.

1 b)- Montrer que : $(\forall x \in \mathbb{R}), f(-x) = -f(x)$.

1 2)- Montrer que : $(\forall x > 0), f(x) > 0$ et que : $(\forall x < 0), f(x) < 0$.

1 3)- Montrer que : $(\forall x > 0), f\left(x - f(x)\right) = -\left(x - f(x)\right)$.

1 4)- En déduire que : $(\forall x \in \mathbb{R}), f(x) = x$.