

$$\begin{cases} u_0 = 8 \\ u_{n+1} = \frac{1}{4}u_n + 3 \quad ; n \in IN \end{cases}$$

التمرين 1: (1) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

(أ) بين بالترجع أن : $\forall n \in IN : u_n > 4$

ب) بين أن لكل n من IN $u_{n+1} - u_n = \frac{-3}{4}(u_n - 4)$

ج) استنتج أن المتتالية (u_n) تناقصية وأنها متقاربة.

(2) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة بما يلي :

(أ) بين أن (V_n) متتالية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$ و حدد حدتها الأول V_0

ب) احسب V_n بدلالة n ثم استنتج أن $u_n = 4 \times \left(\frac{1}{4}\right)^n + 4$ لكل n من IN

ج) احسب $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$

د) أحسب المجموع التالي :

التمرين 2: نعتبر الدالة f المعرفة على $D = [-2, -1] \cup [-1, +\infty)$ بما يلي :

ولتكن (C_f) منحناها في المستوى المنسوب إلى معلم متعمد ممنظم $\cdot (o; i; j)$

(1) احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} f(x)$ و $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x < -1}} f(x)$ ثم أول النتيجة هندسيا

(2) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ ثم اوجد الفرع اللامائي للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

(3) ادرس قابلية الدالة f للاشتقاق عن يمين $x_0 = -2$ ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجة

(4) بين أن $f'(x) = \frac{(\sqrt{2+x} - 1)^2 + 1}{2\sqrt{2+x}(\sqrt{2+x} - 1)^2}$ لكل x من $[-2, -1] \cup [-1, +\infty)$

(5) أعط جدول تغيرات الدالة f

(6) أنشئ المنحنى (C_f)

(7) بين أن $\forall x \in D : f(x) - x = \frac{x(2-x)}{(4 + \sqrt{2+x})(\sqrt{2+x} - 1)}$

(8) استنتاج أن المنحنى (C_f) يوجد تحت المستقيم ذي المعادلة $y = x$ في المجال $[2, 7]$

(9) نعتبر المتتالية (u_n) المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0 = 7 \\ u_{n+1} = f(u_n) \end{cases}$$

(أ) بين أن : $\forall n \in IN : 2 < u_n \leq 7$

ب) بين أن المتتالية (u_n) تناقصية

ج) استنتاج أن المتتالية (u_n) متقاربة ثم حدد نهايتها