المتتاليات العددية

$(U_n)_{n\ge n_0}$ حسابية إذا وُجِدَ r بحيث: $\forall n\ge n_0 : U_{n+1}-U_n=r$

$(V_n)_{n\ge n_0}$ هندسية إذا وُجِدَ k بحيث: $\forall n\ge n_0 : V_{n+1}=k\cdot V_n$

$(U_n)_{n\ge n_0}$ حسابية $\Leftrightarrow$ $\forall n>n_0 :\ 2U_n=U_{n-1}+U_{n+1}$

$(V_n)_{n\ge n_0}$ هندسية $\Leftrightarrow$ $\forall n>n_0 :\ V_n^{\ 2}=V_{n-1}\times V_{n+1}$

$(U_n)_n$ حسابية أساسها r، لدينا:

$$U_n=U_0+n\times r$$
$$U_n=U_p+(n-p)\times r$$

$(V_n)_n$ هندسية أساسها k، لدينا:

$$V_n=V_0\times(k)^n$$
$$V_n=V_p\times(k)^{n-p}$$

$$1+2+3+.....+(n-1)+n\ =\ \frac{n(n+1)}{2}$$

$$U_0+U_1+...+U_n=\frac{n+1}{2}\times(U_0+U_n)$$

$$U_p+U_{p+1}+...+U_n=\frac{n-p+1}{2}\times(U_p+U_n)\ ,\ n>p$$

$$(\text{الحدّ الأوّل + الحدّ الأخير})\times\frac{(\text{عدد الحدود})}{2}$$

$$1+k+k^2+.....+k^{n-1}+k^n=\frac{1-k^{n+1}}{1-k}\qquad k\neq 1$$

$$V_0+V_1+...+V_n=V_0\times\frac{1-(k)^{n+1}}{1-k}$$

$$V_p+V_{p+1}+...+V_n=V_p\times\frac{1-(k)^{n-p+1}}{1-k}\ ,\ n>p$$

$$(\text{الحدّ الأوّل})\times\left(\frac{1\ -\ (\text{الأساس})^{(\text{عدد الحدود})}}{1\ -\ (\text{الأساس})}\right)$$

$(u_n)_n$ تزايدية، إذا كان: $\forall n:\ \ u_{n+1}\ \ge\ u_n$.

$(u_n)_n$ تناقصية، إذا كان: $\forall n:\ \ u_{n+1}\ \le\ u_n$.

$(u_n)_n$ ثابتة، إذا كان: $\forall n:\ \ u_{n+1}\ =\ u_n$.

$(u_n)_n$ مكبورة ب A ، إذا كان: $\forall n:\ \ u_n\ \le\ A$

$(u_n)_n$ مصغورة ب B ، إذا كان: $\forall n:\ \ u_n\ \ge\ B$

$(u_n)_n$ محدودة ب A و B ، إذا كان: $\forall n:\ \ A\ \le u_n\ \le\ B$

$\left(\forall n:\ u_n>0\right.$ و $\left.\forall n:\ \frac{u_{n+1}}{u_n}\ \ge\ 1\right)\Leftarrow\left((u_n)_n\text{ تزايدية }\right)$

$\left(\forall n:\ u_n>0\right.$ و $\left.\forall n:\ \frac{u_{n+1}}{u_n}\ \le\ 1\right)\Leftarrow\left((u_n)_n\text{ تناقصية }\right)$

$(u_n)_n$ تزايدية: $u_0\le u_1\le u_2\le ...\le u_{n-1}\le u_n\le u_{n+1}....$

$(u_n)_n$ تناقصية: $...\le u_{n+1}\le u_n\le u_{n-1}\le ...\le u_1\le u_0$

$(u_n)_n$ متقاربة، إذا كانت نهايتها منتهية.

$(u_n)_n$ متباعدة، إذا كانت نهايتها غير منتهية أو ليست لها نهاية

كلّ متتالية تزايدية و مكبورة هي متقاربة.

كلّ متتالية تزايدية و سالبة هي متقاربة.

كلّ متتالية تناقصية و مصغورة هي متقاربة.

كلّ متتالية تناقصية و موجبة هي متقاربة.

$\forall n>n_0:\ u_n\ \le\ v_n$ و $\lim\limits_{+\infty}u_n=\ell$ و $\lim\limits_{+\infty}v_n=\ell'\ \Leftarrow\ \ell\le\ell'$

$\left(\lim\limits_{+\infty}v_n=+\infty\right)\Leftarrow\left(\lim\limits_{+\infty}u_n=+\infty\right.$ و $\left.\forall n>n_0:\ u_n\ \le\ v_n\right)$

$\left(\lim\limits_{+\infty}u_n=-\infty\right)\Leftarrow\left(\lim\limits_{+\infty}v_n=-\infty\right.$ و $\left.\forall n>n_0:\ u_n\ \le\ v_n\right)$

$\left(\lim\limits_{+\infty}u_n=\ell\right)\Leftarrow\left(\lim\limits_{+\infty}v_n=0\right.$ و $\left.\forall n>n_0:|u_n-\ell|\le\ v_n\right)$

$$\left.\lim_{+\infty}a_n=\ell\ \right)\Leftarrow\begin{cases}\forall n>n_0:\ u_n\ \le\ a_n\ \le\ v_n\\ \lim\limits_{+\infty}u_n=\lim\limits_{+\infty}v_n=\ell\end{cases}$$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(k)^n=+\infty$ ، $k>1$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(k)^n=1$ ، $k=1$

$\lim\limits_{n\to+\infty}(k)^n=0$ ، $-1<k<1$

$k\le-1$ المتتالية $(k^n)_n$ لا تقبل نهاية.

$r>0$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}(n)^r=+\infty$

$r<0$ ، $\lim\limits_{n\to+\infty}(n)^r=0$

$\left(\lim\limits_{+\infty}|u_n|=|\ell|\right)\Leftarrow\left(\lim\limits_{+\infty}u_n=\ell\right.$ و $\left.\ell\neq0\right)$

$\left(\lim\limits_{+\infty}|u_n|\ =\ 0\right)\Leftrightarrow\left(\lim\limits_{+\infty}u_n=0\right)$

إذا كانت f دالة متّصلة على مجال I بحيث $f(I)\subset I$

و $(u_n)_{n\ge n_0}$ متقاربة و $\forall n\ge n_0: u_{n+1}=f(u_n)$ و $u_{n_0}\in I$.

فإنّ $\ell=\lim\limits_{+\infty}u_n$ يحقّق: $f(\ell)=\ell$.

إذا كان $\lim\limits_{+\infty}U_n=\ell$ و f دالة متّصلة في ℓ

فإنّ المتتالية $(V_n)_{n\ge n_0}$ حيث $\forall n\ge n_0: V_n=f(U_n)$ متقاربة

و $\lim\limits_{+\infty}V_n=f(\ell)$.