تمرين1

لتكن f الدالة العددية المعرفة على $\mathbb{R}$ بمايلي:

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{3x+1}{1-x} \ ; \ x\le -1 \\ f(x)=\sqrt{1+x^3} \ ; \ x\succ -1 \end{cases}$$

وليكن (C) منحناها في المستوى المنسوب إلى م م م $(O,\vec{i},\vec{j})$.

1) أحسب النهايتين $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$.

2) بين أن f دالة متصلة في العدد $x_0=-1$.

3) بين أن $f'_d(-1)=1$ ثم ادرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليسار في النقطة $x_0=-1$ وأول النتيجتين هندسيا.

4) أ- أحسب $f'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}\setminus\{-1\}$.

ب- ادرس رتابة الدالة f ثم كون جدول تغيراتها.

5) أدرس الفرعين اللانهائيين للمنحنى (C).

6) أ- حل في $\mathbb{R}$ المعادلة $f(x)=x$

ب- أنشئ المنحنى (C) مبرزا نصفي مماسيه في النقطة ذات الأفصول -1 و مماسه في النقطة ذات الأفصول 0.

7) ليكن g قصور الدالة f على المجال $]-1;+\infty[$.

أ- بين أن الدالة g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على مجال J المطلوب تحديده.

ب- بين أن g^{-1} دالة قابلة للاشتقاق في 3 ثم أحسب $\left(g^{-1}\right)'(3)$.

ج- أحسب $g^{-1}(x)$ لكل x من J

د- أرسم منحنى الدالة g^{-1} في المعلم $(O,\vec{i},\vec{j})$.

تمرين 2

حدد الدالة الأصلية F للدالة f على المجال I والتي تحقق $F(x_0)=y_0$ في الحالات التالية:

1) $f(x)=\dfrac{x+1}{2\sqrt{x}}+\sqrt{x}$ و $I=]0;+\infty[$ و $x_0=1$ و $y_0=3$.

2) $f(x)=2x\left(x^2+1\right)^3$ و $I=\mathbb{R}$ و $x_0=0$ و $y_0=-1$.

3) $f(x)=\dfrac{2}{(3x+1)^3}$ و $I=[0;1]$ و $x_0=0$ و $y_0=0$.

تمرين 3

لتكن (u_n) المتتالية المعرفة بمايلي : $u_0=0$ و $\forall n\in\mathbb{N}\ \ u_{n+1}=2u_n+3^n$.

1) بين أن $\forall n\in\mathbb{N}\ \ u_n\succ 0$ ثم أدرس رتابة المتتالية (u_n).

2) نضع : $\forall n\in\mathbb{N}\ \ v_n=3^n-u_n$.

أ- بين ان : (v_n) متتالية هندسية أساسها 2.

ب- أحسب u_n بدلالة n.

ج- نضع : $S_n=u_0+u_1+\ldots+u_n$ ، أحسب S_n بدلالة n.