EXO1 : Soit la fonction $f(x)=2x^2-3x+5$

1)Monter $\forall x\in IR: f(x)-4=(x-1)(2x-1)$

2)Déduire que si $|x-1|<1$ alors $|f(x)-4|<3|x-1|$

3) En utilisant la définition mq $\lim_{x\to 1} f(x)=4$

EX02 : soit la fonction $f(x)=\dfrac{2x}{x+1}$

1) Montrer que pour tout $\varepsilon>0$ et pour tout $x\in D_f$: $x>\dfrac{1}{\varepsilon}\Rightarrow|f(x)-2|<\varepsilon$
2) Que peut-on conclure ?

EXO3 : soit la fonction $f(x)=xE(\dfrac{1}{x})$

1) Mq : $\forall x\in IR^*:|f(x)-1|<|x|$
2) Déduire la limite de f en 0

EXO4 : : soit l $f(x)=\dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2}}{\sqrt{x}}$

1) Mq : $\forall x\in IR^{+}*:|f(x)|<\sqrt{x}$
2)Déduire la limite de f en 0 à droite

EXO5 :Calculer la limite de f en x_0

1) $f(x)=3x^3-5x^2+2x-7; x_0=2$
2) $f(x)=\dfrac{2x^2+x}{5x-2}; x_0=1$
3) $f(x)=2x+\left|\dfrac{x}{|1+3x|}\right|; x_0=-1$
4) $f(x)=x^2\sqrt{6-5x}; x_0=-2$
5) $f(x)=\sin 3x+\cos(2x); x_0=\dfrac{\pi}{2}$
6) $f(x)=\dfrac{1+\sqrt{2+x^2}}{\sin \pi x}; x_0=\dfrac{1}{2}$

EX06 : Etudier la limite de f en x_0

1) $f(x)=\dfrac{x^2-x}{3x^2-2x-1}; x_0=1$
2) $f(x)=\dfrac{x^2-2x}{|x-1|-1}; x_0=2$
3) $f(x)=\dfrac{x^2-2|x|}{|x|-x^2}; x_0=0$
4) $f(x)=\dfrac{x^2-x}{\sqrt{x}-1}; x_0=1$
5) $f(x)=\dfrac{x^2-2x-3}{|x-3|}; x_0=3$
6) $f(x)=\dfrac{x^3-8}{\sqrt{x+2}-2}; x_0=2$
7) $f(x)=\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{2x-1}}{\sqrt{x+7}-\sqrt{2x+3}}; x_0=3$

EX07 : Etudier la limite de f en x_0

1) $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x+\sin x}; x_0=0$
2) $f(x)=\dfrac{x-\sin 3x}{x+\sin 2x}; x_0=0$
3) $f(x)=\dfrac{1-\cos 2x}{x\tan x}; x_0=0$
4) $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{x+\sin x}; x_0=0$
5) $f(x)=\dfrac{1-\cos x}{\sqrt{x+1}-1}; x_0=0$
6) $f(x)=\dfrac{1+\cos x}{\sin^2 x}; x_0=\pi$
7) $f(x)=\dfrac{\sin x-\cos x}{\sin 4x}; x_0=\dfrac{\pi}{4}$
8) $f(x)=(x-1)\tan\dfrac{\pi x}{2}; x_0=1$
9) $f(x)=\dfrac{1-\sin x-\cos x}{1-\sin x+\cos x}; x_0=\dfrac{\pi}{2}$
10) $f(x)=\dfrac{1-\tan \pi x}{2\cos \pi x-\sqrt{2}}; x_0=\dfrac{1}{4}$
11) $f(x)=\dfrac{x-|\sin x|}{2|x|}; x_0=0$
12) $f(x)=\dfrac{\sqrt{3}-\tan x}{2\sin x-1}; x_0=\dfrac{\pi}{3}$

EXO8 : Soit $f(x)=x^2+2x+3$

1)a- Montrer que $\forall x\in IR : f(x)>x$

b- Déduire par définition que : $\lim\limits_{+\infty} f=+\infty$

2) Montrer que $\forall x\in IR : f(x)>(x+1)^2$,en déduire $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

EXO9 : Soit la fonction $f(x)=\dfrac{3x+2}{x-1}$

1) Montrer que $\forall x>1 : \left|f(x)-3\right|=\dfrac{5}{x-1}$

2) Déduire par définition que $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)=3$

3) Montrer que $\forall x>1 : f(x)>\dfrac{2}{x-1}$

4) Déduire par définition que $\lim\limits_{x\to1^+} f(x)=+\infty$

EXO10 : Soit $f(x)=\dfrac{x}{1+E(x)}$

1) Déterminer D_f et $\lim\limits_{x\to-1^-} f(x)$

2)Montrer que $\forall x\geq 0 : \dfrac{x}{1+x}\leq f(x)\leq 1$

Et calculer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) Montrer que $\forall x<-1 : 1<f(x)<\dfrac{x}{1+x}$

Et calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

EXO11 :Etudier la limite de f dans les cas :

1) $f(x)=-2x^3-3x^5+5x-7$ en $+\infty$

2) $f(x)=\dfrac{x^4-x}{3x^2+2x-1}$ en $-\infty$

3) $f(x)=\dfrac{5x^3-2x}{\left|x^2-1\right|-1}$ en $+\infty$

4) $f(x)=2x-\sqrt{1+x^2}$ en $-\infty$ et en $+\infty$

5) $f(x)=x-\sqrt{3+x^2}$ en $-\infty$ et en $+\infty$

6) $f(x)=\dfrac{x^4+x}{x^2-2x+1}$ en 1

7) $f(x)=\dfrac{2}{x}-\dfrac{1}{x^2}$ en 0

8) $f(x)=\dfrac{x\ -5}{x^2-2x}$ en 2

9) $f(x)=\dfrac{2x^2-3}{5x-x^2}$ en 5

10) $f(x)=\dfrac{\sqrt{2+x}-\sqrt{2x}}{1+x}$ en $+\infty$

11) $f(x)=x+\sqrt{x^2+2x+5}$ en $-\infty$

12) $f(x)=x^2(1-\cos\dfrac{1}{x})$ en $-\infty$

13) $f(x)=\sqrt{x+\sqrt{x}}-\sqrt{x}$ en $+\infty$

14) $f(x)=2x-\sin x$ en $-\infty$ et en $+\infty$

15) $f(x)=\dfrac{x+\cos 2x}{1+x^2}$ en $-\infty$ et en $+\infty$

EX012 : Soit $f(x)=\sqrt{3+4x^2}+mx$

Discuter suivant les valeurs du réel m la limite de f en $+\infty$

EXO13 : Soit la fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x)=\sqrt{x}\cos\dfrac{1}{x} ; x>0 \\ f(x)=\dfrac{\cos x-\sqrt{1+\sin x}}{x} ; x<0 \\ f(0)=0 \end{cases}$$

1)Déterminer D_f

2) Donner $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$

3) Calculer $\lim\limits_{x\to-\infty} f(x)$

3) Etudier la limite de f en 0

EXO14 : Soit la fonction f définie par

$$\begin{cases} f(x)=3x^2+x+1 ; x\leq 1 \\ f(x)=\dfrac{m}{x-1}\sin(x^2-1) ; x>1 \end{cases}$$ où m de IR

Déterminer m pour que $\lim\limits_{x\to1} f(x)=f(1)$