تمرين رقم 01:

⇦ نعتبر الدالة : $f : x \mapsto x^2 - 4x$ و النقطتين $A(1,-3)$ و $B(4,0)$.

✓ بين أن للمنحنى (C_f) مماس وحيد موازٍ للمستقيم (AB) (ينبغي تحديد معادلته) .

تمرين رقم 02:

⇦ f و g دالتان معرفتان على مجال مفتوح I و قابلتان للاشتقاق في نقطة a من I

بحيث : $f(a) = g(a) = 0$ و $g'(a) \neq 0$.

✓ بين أن : $\lim\limits_{x \to a} \dfrac{f(x)}{g(x)} = \dfrac{f'(a)}{g'(a)}$.

✓ احسب كل نهاية مما يلي : $\lim\limits_{x \to 1} \dfrac{(2x-1)^{20} - 1}{x^{10} - 1}$ و $\lim\limits_{x \to 0} \dfrac{x^6 - x}{\sqrt{x+1} - 1}$.

تمرين رقم 03:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي :

$$\begin{cases} f(x) = x^2 + |x+2| - 1 & , x \leq 1 \\ f(x) = 3x + (x-1)\sqrt{x-1} & , x > 1 \end{cases}$$

1- أ- ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين و على اليسار في $x_0 = 1$.

ب- هل f قابلة للاشتقاق في $x_0 = 1$ ؟ أول هندسيا النتائج المحصل عليها .

2- هل الدالة f قابلة للاشتقاق في $x_0 = -2$ ؟ أول النتائج المحصل عليها هندسيا .

تمرين رقم 04:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $I = [-1, +\infty[$ بما يلي :

$f(x) = x - \sqrt[3]{x+1}$.

1- احسب النهاية : $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$.

2- أ- ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في $x_0 = -1$ ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها .

ب- احسب $f'(x)$ لكل x من $]-1, +\infty[$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .

3- استنتج أن : $(\forall x \in [-1, +\infty[), f(x) \geq -\left(1 + \dfrac{2\sqrt{3}}{9}\right)$.

تمرين رقم 05:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة على $I =]-\infty, 2]$ بما يلي :

$f(x) = -x + \sqrt{2-x}$.

1- أ- احسب النهاية : $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ب- بين أن f تناقصية قطعا على I ، ثم ضع جدول تغيراتها .

2- بين أن f تقبل دالة عكسية f^{-1} معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

3- بين أن f^{-1} قابلة للاشتقاق على $]-2, +\infty[$ ، ثم احسب $(f^{-1})'(0)$.

تمرين رقم 06:

⇦ لتكن f الدالة المعرفة بما يلي :

$f(x) = x - 1 + \sqrt{\dfrac{x}{x-1}}$.

1- أ- حدد D_f ، ثم احسب $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)$ و $\lim\limits_{x \to -\infty} f(x)$.

ب- احسب النهاية $\lim\limits_{x \to 1^+} f(x)$ ثم أعط تأويلها الهندسي .

2- أ- بين أن (C_f) يقبل بجوار $+\infty$ و $-\infty$ مقاربا مائلا (Δ) معادلته : $y = x - 2$.

ب- ادرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و مقاربه (Δ) على $]1, +\infty[$ و $]-\infty, 0]$.

3- أ- ادرس قابلية اشتقاق f على اليسار في الصفر و أول النتيجة المحصل عليها هندسيا .

ب- بين أن : $(\forall x \in]-\infty, 0[\cup]1, +\infty[), f'(x) = 1 + \dfrac{1}{2(x-1)^2 \sqrt{\dfrac{x}{x-1}}}$

ثم ضع جدول تغيرات f .

4- بين أن (C_f) يقطع المحور (Ox) في نقطة وحيدة أفصولها α بحيث : $2 < \alpha < \dfrac{5}{2}$.

5- ارسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O, \vec{i}, \vec{j})$.

6- لتكن g قصور الدالة f على $]1, +\infty[$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على $\mathbb{R}$.

ب- ارسم المنحنى $(C_{g^{-1}})$ في المعلم $(O, \vec{i}, \vec{j})$ (استعمل لونا مغايرا للون (C_f)) .

ج- بين أن g^{-1} قابلة للاشتقاق في -1 و في الصفر ثم احسب $(g^{-1})'(-1)$ و $(g^{-1})'(0)$.