الأعداد العقدية

ذ.سعيد الصديق ثا. الشابي تارودانت

الدورة العادية 2011

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-18z+82=0$.

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=9+i$ و $b=9-i$ و $c=11-i$.

أ - بين أن $\frac{c-b}{a-b}=-i$ ثم استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية ومتساوي الساقين في B .

ب - أعط الشكل المثلثي للعدد العقدي $4(1-i)$.

ج - بين أن $(c-a)(c-b)=4(1-i)$ ثم استنتج أن $AC\times BC=4\sqrt{2}$.

د - ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة B و زاويته $\frac{3\pi}{2}$.

بين أن : $z'=-iz+10+8i$ ثم تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $9-3i$.

الدورة العادية 2010

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+10=0$.

2) نعتبر في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3-i$ و $b=3+i$ و $c=7-3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه A وزاويته $\frac{\pi}{2}$.

أ - بين أن : $z'=iz+2-4i$.

ب - تحقق من أن لحق النقطة C' صورة النقطة C بالدوران R هو $c'=5+3i$.

ج - بين أن : $\frac{c'-b}{c-b}=\frac{1}{2}i$ ثم استنتج أن المثلث BCC' قائم الزاوية في B و أن $BC=2BC'$.

الدورة العادية 2009

نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=2-2i$ و $b=-\frac{\sqrt{3}}{2}+\frac{1}{2}i$ و $c=1-\sqrt{3}+(1+\sqrt{3})i$.

1) اكتب على الشكل المثلثي كلا من العددين العقديين a و b .

2) نعتبر الدوران R الذي مركزه النقطة O وزاويته $\frac{5\pi}{6}$.

أ- ليكن z لحق نقطة M من المستوى العقدي و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R .
بين أن : $z'=bz$

ب- تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالدوران R .

3) بين أن : $\arg c\equiv \arg a+\arg b\ [2\pi]$ ثم حدد عمدة للعدد العقدي c .

الدورة العادية 2008

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+34=0$.

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ ، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+5i$ و $b=3-5i$ و $c=7+3i$. ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالإزاحة T ذات المتجهة $\vec{u}$ التي لحقها $4-2i$.

أ- بين أن : $z'=z+4-2i$ ثم تحقق من أن النقطة C هي صورة النقطة A بالإزاحة T .

ب- بين أن : $\frac{b-c}{a-c}=2i$.

ج- استنتج أن المثلث ABC قائم الزاوية وأن $BC=2AC$.

الدورة الإستدراكية 2011

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+18=0$.

2) نعتبر ، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a=3+3i$ و $b=3-3i$.

أ - اكتب على الشكل المثلثي كل من العددين العقديين a و b .

ب - بين أن b' لحق النقطة B' صورة النقطة B بالإزاحة التي متجهتها $\overrightarrow{OA}$ هو 6 .

ج - بين أن : $\frac{b-b'}{a-b'}=i$ ثم استنتج أن المثلث $AB'B$ متساوي الساقين وقائم الزاوية في B' .

د - استنتج مما سبق أن الرباعي $OAB'B$ مربع .

الدورة الإستدراكية 2010

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8\sqrt{3}z+64=0$

2) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$، النقط A و B و C التي ألحاقها على التوالي هي : $a=8i$ و $b=4\sqrt{3}-4i$ و $c=2\left(4\sqrt{3}+4i\right)$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{4\pi}{3}$.

أ - بين أن $z'=\left(-\frac{1}{2}-i\frac{\sqrt{3}}{2}\right)z$.

ب - تحقق من أن النقطة B هي صورة النقطة A بالدوران R .

ج - بين أن $\frac{a-b}{c-b}=\frac{1}{2}+i\frac{\sqrt{3}}{2}$ ثم اكتب العدد $\frac{a-b}{c-b}$ على الشكل المثلثي .

د - استنتج أن المثلث ABC متساوي الأضلاع .

الدورة الإستدراكية 2009

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-6z+25=0$

2) نعتبر، في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B و C و D التي ألحاقها على التوالي هي : $a=3+4i$ و $b=3-4i$ و $c=2+3i$ و $d=5+6i$.

أ- احسب $\frac{d-c}{a-c}$ ثم استنتج أن النقط A و C و D مستقيمية .

ب- بين أن العدد $p=3+8i$ هو لحق النقطة P صورة النقطة A بالتحاكي h الذي مركزه B ونسبته $\frac{3}{2}$

ج- اكتب على الشكل المثلثي العدد العقدي $\frac{d-p}{a-p}$ ثم استنتج أن $\frac{\pi}{4}$ قياس للزاوية $\left(\overrightarrow{PA},\overrightarrow{PD}\right)$ وأن $PA=\sqrt{2}PD$.

الدورة الإستدراكية 2008

1) حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $z^2-8z+17=0$

2) نعتبر ، في المستوى المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{e_1},\vec{e_2})$ ، النقطتين A و B اللتين لحقاهما على التوالي هما : $a=4+i$ و $b=8+3i$.

ليكن z لحق نقطة M من المستوى و z' لحق النقطة M' صورة M بالدوران R الذي مركزه النقطة Ω التي لحقها هو $\omega=1+2i$ وزاويته هي $\frac{3\pi}{2}$.

أ- بين أن : $z'=-iz-1+3i$

ب- تحقق من أن لحق النقطة C صورة النقطة A بالدوران R هو $c=-i$.

ج- بين أن : $b-c=2(a-c)$ ثم استنتج أن النقط A و B و C مستقيمية .

Said.seddik@hotmail.fr

الهندسة الفضائية

الدورة العادية 2010

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$، النقط $A(-1,0,3)$ و $B(3,0,0)$ و $C(7,1,-3)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-6x-2y-15=0$.

1) بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=3\vec{i}+4\vec{k}$ واستنتج أن $3x+4z-9=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

2) بين أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(3,1,0)$ وشعاعها 5 .

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC) .

أ - بين أن : $\begin{cases}x=3+3t\\ y=1\\ z=4t\end{cases} \quad (t\in IR)$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

ب - بين أن المستقيم (Δ) يقطع الفلكة (S) في النقطتين $E(6,1,4)$ و $F(0,1,-4)$.

الدورة الإستدراكية 2010

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقط $A(0,-2,0)$ و $B(1,1,-4)$ و $C(0,1,-4)$ والفلكة (S) التي معادلتها : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z-11=0$.

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ و أن شعاعها هو 5 .

2) أ - بين أن $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}=4\vec{j}+3\vec{k}$ واستنتج أن $4y+3z+8=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (ABC)

ب - احسب $d(\Omega,(ABC))$ ثم استنتج أن المستوى (ABC) مماس للفلكة (S) .

3) ليكن (Δ) المستقيم المار من النقطة Ω والعمودي على المستوى (ABC).

أ - بين أن : $\begin{cases}x=1\\ y=2+4t\\ z=3+3t\end{cases} \quad (t\in IR)$ هو تمثيل بارامتري للمستقيم (Δ) .

ب - بين أن مثلوث إحداثيات H نقطة تقاطع المستقيم (Δ) والمستوى (ABC) هو $(1,-2,0)$.

ج - تحقق من أن H هي نقطة تماس المستوى (ABC) والفلكة (S) .

الدورة العادية 2009

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقط $A(-2,2,8)$ و $B(6,6,0)$ و $C(2,-1,0)$ و $D(0,1,-1)$ و (S) مجموعة النقط M من الفضاء التي تحقق $\overrightarrow{MA}.\overrightarrow{MB}=0$.

1) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OC}\wedge\overrightarrow{OD}$ واستنتج أن $x+2y+2z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OCD).

2) تحقق من أن (S) هي الفلكة التي مركزها $\Omega(2,4,4)$ وشعاعها 6 .

3) أ- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OCD) .

ب- استنتج أن المستوى (OCD) مماس للفلكة (S) .

ج- تحقق من أن : $\overrightarrow{OA}.\overrightarrow{OB}=0$ ثم استنتج أن النقطة O هي نقطة تماس الفلكة (S) والمستوى (OCD) .

الدورة الإستدراكية 2009

نعتبر، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، النقطة $A(2,2,-1)$ و المستوى (P) الذي معادلته هي $2x+y+2z-13=0$ و الفلكة (S) التي مركزها $\Omega(1,0,1)$ وشعاعها 3 .

1) أ- بين أن $x^2+y^2+z^2-2x-2z-7=0$ هي معادلة ديكارتية للفلكة (S) وتحقق من أن A تنتمي إلى (S).

ب- احسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (P) ثم استنتج أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

2) ليكن (D) المستقيم المار من النقطة A والعمودي على المستوى (P) .

أ- بين أن $\vec{u}(2,1,2)$ متجهة موجهة للمستقيم (D) و أن $(6,-6,-3)$ هو مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}$.

ب- احسب $\dfrac{\left\|\overrightarrow{\Omega A}\wedge\vec{u}\right\|}{\|\vec{u}\|}$ ثم استنتج أن المستقيم (D) مماس للفلكة (S) في A .

الدورة العادية 2008

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $\left(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k}\right)$ ، النقطتين $A(0,-1,1)$ و $B(1,-1,0)$ و الفلكة (S) التي معادلتها $x^2+y^2+z^2-2x-4z+2=0$.

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,0,2)$ وأن شعاعها هو $\sqrt{3}$ و تحقق من أن A تنتمي إلى (S) .

2) حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OA}\wedge\overrightarrow{OB}$ وبين أن $x+y+z=0$ هي معادلة ديكارتية للمستوى (OAB).

3) بين أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في النقطة A .

الدورة الإستدراكية 2008

نعتبر ، في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$، المستوى (P) الذي معادلته هي $x+2y+z-1=0$ والفلكة (S) التي معادلتها هي : $x^2+y^2+z^2-4x-6y+2z+5=0$

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $I(2,3,-1)$ وأن شعاعها هو 3 .

2) أ- بين أن مسافة النقطة I عن المستوى (P) هي $\sqrt{6}$.

ب- استنتج أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها هو $\sqrt{3}$.

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (D) المار من I و العمودي على (P) .

ب - بين أن مركز الدائرة (Γ) هي النقطة $H(1,1,-2)$.

الدورة العادية 2007

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ الفلكة (S) التي معادلتها هي : $x^2+y^2+z^2-2x-4y-6z+8=0$ والمستوى (P) الذي معادلته هي : $x-y+2z+1=0$.

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(1,2,3)$ وأن شعاعها يساوي $\sqrt{6}$.

2) تحقق من أن المستوى (P) مماس للفلكة (S).

3) أ- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω والعمودي على (P).

ب- حدد مثلوث إحداثيات ω نقطة تماس (P) و (S) .

الدورة الإستدراكية 2007

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ النقط $A(2,0,-1)$ و $B(2,4,2)$ و $C(3,3,3)$ و الفلكة (S) التي معادلتها الديكارتية هي: $x^2+y^2+z^2-4x-4y-8z+20=0$

1) بين أن مركز الفلكة (S) هي النقطة $\Omega(2,2,4)$ و أن شعاعها يساوي 2 .

2) ليكن (P) المستوى المار من النقطة A والعمودي على المستقيم (BC).

بين أن معادلة ديكارتية للمستوى (P) هي: $x-y+z-1=0$

3) أ - بين أن المستوى (P) يقطع الفلكة (S) وفق دائرة (Γ) شعاعها يساوي 1.

ب- حدد تمثيلا بارامتريا للمستقيم (Δ) المار من Ω و العمودي على (P).

ج- حدد مثلوث إحداثيات النقطة ω مركز الدائرة (Γ).

Said.seddik@hotmail.fr

حساب الاحتمالات

ذ.سعيد الصديق ثا. الشابي تارودانت

الدورة العادية 2010

يحتوي صندوق على عشر كرات خمس كرات بيضاء وثلاث كرات حمراء وكرتين سوداوين (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس).
نسحب عشوائيا وفي آن واحد أربع كرات من الصندوق .
1) نعتبر الحدثين التاليين :
A : " الحصول على كرة حمراء واحدة فقط " و B : " الحصول على كرة بيضاء على الأقل "
بين أن $P(A)=\frac{1}{2}$ و $P(B)=\frac{41}{42}$.
2) نعتبر المتغير العشوائي X الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الحمراء المسحوبة .
أ - تحقق من أن القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X هي 0 و 1 و 2 و 3 .
ب - بين أن $P(X=2)=\frac{3}{10}$ و $P(X=0)=\frac{1}{6}$.
ج - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X .

الدورة الإستدراكية 2010

يحتوي صندوق على ثماني كرات تحمل الأعداد : ① و ① و ① و ② و ② و ② و ③ و ③ (لا يمكن التمييز بينها باللمس) .
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .
1) ليكن A الحدث : " الحصول على كرتين تحملان معا العدد 2 " .
و B الحدث : " الحصول على كرتين إحداهما على الأقل تحمل العدد 3 " .
بين أن $P(A)=\frac{3}{28}$ وأن $P(B)=\frac{13}{28}$.
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات التي تحمل عددا فرديا .
أ - حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
ب - بين أن : $P(X=1)=\frac{15}{28}$.
ج - أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X .

الدورة العادية 2009

يحتوي صندوق على 3 كرات بيضاء و4 كرات سوداء و5 كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
نسحب عشوائيا وتآنيا ثلاث كرات من الصندوق .
1) نعتبر الحدثين التاليين :
A : "الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون " و B : "الحصول على ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى".
بين أن : $P(A)=\frac{3}{44}$ و $P(B)=\frac{3}{11}$.
2) ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة لثلاث كرات بعدد الألوان التي تحملها .
أ- حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
ب- حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

الدورة الإستدراكية 2009

يحتوي صندوق على سبع كرات سوداء و كرتين بيضاوين. (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال كرتين من الصندوق .
ليكن X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق بعد سحب الكرتين.
1) حدد القيم التي يأخذها المتغير العشوائي X .
2) بين أن : $P(X=0)=\frac{1}{36}$ و $P(X=1)=\frac{7}{18}$.
3) أعط قانون احتمال المتغير العشوائي X و احسب الأمل الرياضي $E(X)$.

الدورة العادية 2008

يحتوي صندوق على ست كرات حمراء وثلاث كرات خضراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس) .
1) نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث كرات من الصندوق .
أ- احسب احتمال الحصول على كرتين حمراوين وكرة خضراء .
ب- بين أن احتمال الحصول على كرة خضراء واحدة على الأقل هو $\frac{16}{21}$.
2) نعتبر في هذا السؤال التجربة التالية : نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .
احسب احتمال الحصول على ثلاث كرات حمراء .

الدورة الإستدراكية 2008

يحتوي صندوق على أربع كرات بيضاء و ثلاث كرات حمراء (لا يمكن التمييز بين الكرات باللمس)
نسحب عشوائيا بالتتابع وبدون إحلال ثلاث كرات من الصندوق .
1) ما هو احتمال الحصول على ثلاث كرات بيضاء ؟
2) بين أن احتمال الحصول على ثلاث كرات من نفس اللون هو $\frac{1}{7}$.
3) ما هو احتمال الحصول على كرة بيضاء واحدة على الأقل ؟

الدورة العادية 2007

يحتوي كيس على سبع بيدقات تحمل الأعداد 0 و 0 و 0 و -1 و 1 و 1 و 1
(لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس).
نعتبر التجربة التالية : نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .
لتكن الأحداث التالية :
A : " لا توجد أية بيدقة تحمل العدد 0 من بين البيدقات الثلاثة المسحوبة ".
B : " سحب ثلاث بيدقات تحمل أعدادا مختلفة مثنى مثنى " .
C : " مجموع الأعداد المسجلة على البيدقات الثلاثة المسحوبة منعدم".
احسب احتمال كل من الحدثين A و B ثم بين أن احتمال الحدث C هو $\frac{2}{7}$.

الدورة الإستدراكية 2007

يحتوي كيس على ثلاث بيدقات بيضاء وأربع بيدقات سوداء (لا يمكن التمييز بين البيدقات باللمس)
نسحب عشوائيا وفي آن واحد ثلاث بيدقات من الكيس .
1) ما هو احتمال الحصول على بيدقتين بالضبط لونهما أبيض؟
2) ما هو احتمال الحصول على ثلاث بيدقات من نفس اللون؟
3) ما هو احتمال الحصول على بيدقة بيضاء على الأقل؟

Said.seddik@hotmail.fr