

التمرين الأول :

لتكن f الدالة العددية للمتغير الحقيقي x المعرفة بمايلي : $f(x) = x + \sqrt{x^2 + 2x}$

و (C_f) منحنى الدالة f في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j}) .

1. حدد مجموعة تعريف الدالة f

2. أ- أحسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- أحسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها.

3. أ- أدرس قابلية اشتقاق الدالة f على اليمين في 0 وعلى اليسار في -2 ثم أعط تأويلا هندسيا للنتيجتين.

ب- بين أنه لكل x من $]-\infty, -2[\cup]0, +\infty[$: $f'(x) = \frac{x + 1 + \sqrt{x^2 + 2x}}{\sqrt{x^2 + 2x}}$

ج- استنتج أن f تزايدية قطعاً على $]0, +\infty[$ وتناقصية قطعاً على $]-\infty, -2[$.

د- ضع جدول تغيرات الدالة f .

4. أ- بين أن المستقيم ذا المعادلة $y = 2x + 1$ مقارب مائل للمنحنى (C_f) بجوار $+\infty$.

ب- أدرس الوضع النسبي للمنحنى (C_f) بالنسبة للمستقيم ذي المعادلة $y = 2x + 1$ على المجالين $]0, +\infty[$ و $]-\infty, -2[$.

5. أنشئ المنحنى (C_f) .

6. حدد G الدالة الأصلية للدالة $g(x) = (f(x) + 1)^2$ على D_f والتي تحقق $G(0) = 1$.

7. نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بمايلي : $u_n = f(n)$; $\forall n \in \mathbb{N}$

بين معللا جوابك هل المتتالية (u_n) متقاربة أم متباعدة.

التمرين الثاني :

I. نعتبر الدالة العددية f المعرفة بمايلي : $f(x) = \frac{\sqrt{3+x^2}}{2}$

(1) أدرس مرتابة الدالة f على \mathbb{R}^+ .

(2) بين أن $f([0; 1]) \subset]0; 1[$.

(3) حل في \mathbb{R} المعادلة التآلية $f(x) = x$.

(4) بين أن $\forall x \in [0; 1]$; $f(x) \geq x$.

II. لتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية العددية المعرفة بمايلي : $u_0 = 0$ و $u_{n+1} = f(u_n)$; $\forall n \in \mathbb{N}$

(1) بين أن $\forall n \in \mathbb{N}$; $0 \leq u_n \leq 1$.

(2) أدرس مرتابة (u_n) .

(3) بين أن (u_n) متقاربة ثم حدد $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.

III. نعتبر المتتالية العددية $(v_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بمايلي : $v_n = u_n^2 - 1$; $\forall n \in \mathbb{N}$

(1) بين أن (v_n) متآلية هندسية أساسها $\frac{1}{4}$.

(2) أحسب u_n بدلالة n .

(3) استنتج $\lim_{n \rightarrow +\infty} u_n$.