وزارة التربية الوطنية الأكاديمية الجهوية للتربية والتكوين الرباط – سلا –زمور-زعير نيابة الخميسات ثانوية ادريس بنزكري التاهيلية	فرض محروس رقم 1 ا لدورة 1BSCM	من إعداد الأستاذ ❖ بشيري رشيد المدة ❖ 2H TIFLET

ملحوظة تمنح نقطة عن تنظيم ورقة التحرير

تمرين 1 — 5.5 pts

1- أ - ليكن $n\in\mathbb{N}^*$ بين أن $(4n+1)^2 \prec 16n^2+8n+2 \prec (4n+2)^2$ — 0.5

ب- أستنتج أن $\sqrt{n^2+\sqrt{4n^2+\sqrt{16n^2+8n+2}}} \notin \mathbb{N}$ — 1

2 - ليكن $n\in\mathbb{N}^*$ نضع $S_n=(1\times\frac{1}{2})+(\frac{1}{2}\times\frac{1}{3})+\ldots\ldots\ldots+(\frac{1}{n-1}\times\frac{1}{n})$

بين ان $\forall n\geq 2 : S_n=\frac{n-1}{n}$ — 2

3- ليكن $n\in\mathbb{N}^*$ بين أن n^4-n^2 يقبل القسمة على 4 — 2

تمرين 2 — 5 pts

نعتبر التطبيق : $f:\begin{vmatrix}\mathbb{R}\to\mathbb{R}\\ x\mapsto\sqrt{x^2-x+1}\end{vmatrix}$.

1)- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}: f(1-x)=f(x)$ ، ثم أدرس تباينية التطبيق f . — 1

2)- بين أن : $\forall x\in\mathbb{R}: f(x)\geq\frac{\sqrt{3}}{2}$ ، ثم أدرس شمولية التطبيق f . — 1

3) بين أن $f\left(\left[\frac{1}{2};+\infty\right[\right)=\left[\frac{\sqrt{3}}{2};+\infty\right[$ (لاحظ أن $f(x)=\sqrt{(x-\frac{1}{2})^2+\frac{3}{4}}$) — 1.5

4) ليكن g قصور الدالة f على المجال $I=\left[\frac{1}{2};+\infty\right[$

بين أن g تقابل من I نحو $\left[\frac{\sqrt{3}}{2};+\infty\right[$ ثم حدد تقابله العكسي g^{-1} — 1.5

تمرين 3 — 8.5 pts — الأسئلة 1 و2 و3 مستقلة

-1

لتكن A و B و C ثلاث أجزاء من مجموعة E . بين أن:

1- $A\setminus(B\cap C)=(A\setminus B)\cup(A\setminus C)$ — 1

2- $A\setminus(B\cup C)=(A\setminus B)\cap(A\setminus C)$ — 1

3- بين أن : $(A\cap B)\times(C\cap D)=(A\times C)\cap(B\times D)$ — 1

-2

نعتبر المجموعتين : $A=\left\{x\in N/\frac{4x^2-4x+10}{x-1}\in Z\right\}$ و $B=\left\{x\in N/\frac{x+10}{x-5}\in N\right\}$.

حدد A و B ثم $A\cap B$ ، $A\cup B$ و $A-B$ — 3.5

-3 نعتبر التطبيق f المعرف كما يلي

$$f : P(A)\times P(\bar{A}) \longrightarrow P(E)$$
$$(X,Y) \longrightarrow X\cup Y$$

أ- بين ان $\forall Z\in P(E):(Z\cap A)\cup(Z\cap\bar{A})=Z$ — 0.5

ب- أستنتج أن f تقابل محددا تقابله العكسي f^{-1} — 1.5

حظ سعيد

تمرين اختياري

-1

بين بالترجع أن : $(\forall n\in\mathbb{N}),\prod_{k=0}^{n}\left(1+\frac{1}{2k+1}\right)^2\geq 2n+3$. — 2

-2

ليكن n من $\mathbb{N}^*$.

بين أن المعادلة $(E): 2nx^2-2(n^2+1)x-(n^2+1)=0$ لا تقبل حلا في $\mathbb{Q}$. — 2