أولمبياد الرياضيات 2019

الفرض الأول باللغتين العربية و الفرنسية

المستوى الدراسي : السنة الأولى بكالوريا **الشعبة : علوم رياضية**

تاريخ التمرير : الجمعة 24 نونبر 2017 **مدة الإنجاز : 3 ساعات و 30 دقيقة**

ملحوظة هامة: يكتب بخط واضح على ورقة التحرير:
- اسم ونسب المترشح(ة) (بالحروف العربية واللاتينية) وتاريخ الميلاد،
- اسم المؤسسة والبلدة و المديرية الإقليمية .

التمرين 1 : لكل أعداد صحيحة a_1 و a_2 و ... و a_{2017} مختلفة مثنى مثنى من المجموعة $\{1,2,\dots,2017\}$ ، نضع

$$N=(a_1-1)(a_2-2)\dots(a_{2017}-2017).$$

1. **بيّن أن العدد الصحيح N زوجي .**
2. **بيّن أن $\sum_{i=1}^{2017}\frac{a_i^2-i^2}{i}\geq 0$.**

Exercice 1 : Pour tout entiers $a_1, a_2, \dots a_{2017}$ deux-à-deux distincts de l'ensemble $\{1,2,\dots,2017\}$, on pose :

$$N=(a_1-1)(a_2-2)\dots(a_{2017}-2017).$$

1. Montrer que l'entier N est pair.
2. Montrer que $\sum_{i=1}^{2017}\frac{a_i^2-i^2}{i}\geq 0$.

التمرين 2 : ليكن ABC مثلثاً و O مركز دائرته المحيطة . النقط D و E و F هي على التوالي ، أقدام الارتفاعات المنحدرة من الرؤوس A و B و C .

1. **بيّن أن : $\angle BAO=\angle DAC$.**
2. **بيّن أن المستقيمين (OA) و (EF) متعامدان .**

Exercice 2 : Soit ABC un triangle et O le centre de son cercle circonscrit. Les points D, E et F sont respectivement, les pieds des hauteurs issues des sommets A, B et C.

1. Montrer que $\angle BAO=\angle DAC$.
2. Montrer que les droites (OA) et (EF) sont perpendiculaires.

التمرين 3 : نلون نقط المستوى بلونين مختلفين . بيّن أنه يمكن أن نجد 2017 نقطتانية (A_i,B_i) ، $i=1,\dots,2017$ ، تحقق الشرطين التاليين :

1. **النقط A_i و B_i لها نفس اللون ، لكل $i=1,\dots,2017$ ؛**
2. **المسافة بين A_i و B_i تساوي 1 ، لكل $i=1,\dots,2017$.**

Exercice 3 : On colorie les points du plan par deux couleurs différentes.
Montrer qu'on peut trouver 2017 bipoints (A_i,B_i), $i=1,\dots,2017$, vérifiant les deux conditions suivantes :

1. Les points A_i et B_i ont la même couleur, pour tout $i=1,\dots,2017$;
2. la distance entre A_i et B_i est égale à 1, pour tout $i=1,\dots,2017$.