الثانية بكالوريا علوم رياضية ذ : عبدالله بن لحتير	فرض محروس رقم 04 الدورة الأولى: 2009/2008	ثانوية موسى بن نصير نيابة الخميسات

Durée : 03h

- **التمرين الأول:** (03pts)

نعتبر المعادلتين التفاضليتين :

$(E_0) : y' - 2y = 0$ و $(E) : y' - 2y = e^{2x}$.

1)- حدد العدد الحقيقي λ ، لكي تكون الدالة : $g : x \mapsto \lambda e^{2x}$ حلا للمعادلة (E) .

2)- بين أن دالة f تكون حلا للمعادلة (E) إذا و فقط إذا كانت $f-g$ حلا للمعادلة (E_0) .

3)- حل على التوالي المعادلتين (E_0) و (E) .

- **التمرين الثاني:** (03pts)

لتكن f دالة معرفة و قابلة للإشتقاق على $\mathbb{R}$ و تحقق ما يلي :

$f(0) = f'(0) = 1$ و $(\forall x \in \mathbb{R});\ f'(x) - f(x) = 2\int_0^x f(t)\,dt$.

1)- بين أن f قابلة للإشتقاق مرتين على $\mathbb{R}$.

2)- أثبت أن f حل للمعادلة التفاضلية التالية : $(F) : y'' - y' - 2y = 0$.

3)- حل المعادلة التفاضلية (F) ، ثم إستنتج تعبير $f(x)$ بدلالة x لكل x من $\mathbb{R}$.

- **التمرين الثالث:** (02pts)

ليكن λ عددا حقيقيا من المجال $]0;1]$.

1)- باستعمال مكاملة بالأجزاء ، أحسب التكامل : $I(\lambda) = \int_\lambda^1 x\operatorname{Arctan}\left(\frac{1}{x}\right)dx$.

2)- أحسب النهاية : $\lim\limits_{\lambda \to 0^+} I(\lambda)$.

- **التمرين الرابع:** (02pts)

1)- بين أن : $(\forall t \in \mathbb{R}^+);\ 0 \le 1 - \frac{1}{1+t} \le \sqrt{\frac{t}{1+t}} \le 1$.

2)- إستنتج أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\int_0^x\sqrt{\frac{t}{1+t}}dt=1$.

- **التمرين الخامس:** $(03pts)$

1)- بين أن : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{\pi}{x}E\left(\frac{x}{\pi}\right)=1$.

2)- أحسب التكامل : $I_n=\int_0^{n\pi}\sin^2(t)dt$ لكل n من $\mathbb{N}^*$.

3)- أحسب النهاية : $\lim\limits_{x\to+\infty}\frac{1}{x}\int_0^x\sin^2(t)dt$ (يمكنك إستعمال **1**)- و **2**)-)

- **التمرين السادس:** $(03pts)$

1)- لتكن f الدالة المعرفة على $I=[1;+\infty[$ كما يلي : $f(t)=\frac{1}{2}\left(\sqrt{t}+\frac{1}{\sqrt{t}}\right)$.

بين أن f تقابل من I نحو I ، ثم عرف تقابله العكسي f^{-1} .

2)- أحسب التكامل : $F(x)=\int_{\sqrt{2}}^x\frac{1}{\sqrt{u^2-1}}du$ ، (حيث x عنصر من المجال $]1;+\infty[$) باستعمال

مكاملة بتغيير المتغير و ذلك بوضع : $u=f(t)$.

- **التمرين السابع:** $(06pts)$

لتكن F الدالة المعرفة كما يلي :

$$F(x)=\frac{1}{x}\int_0^x\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}dt\ ;\ x\neq 0 \text{ و } F(0)=1 .$$

1)- تحقق من أن : $D_F=\mathbb{R}$ ، و بين أن F دالة زوجية .

2)- بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}^{+*});\ \frac{x}{\sqrt{1+x^2}}\le\int_0^x\frac{1}{\sqrt{1+t^2}}dt\le x$.

3)- أدرس إتصال و قابلية إشتقاق F على اليمين في الصفر .

4)- بين أن : $(\forall t\in[1;+\infty[);\ \frac{1}{\sqrt{1+t^2}}\le\frac{1}{\sqrt{t}}$ ، ثم إستنتج النهاية $\lim\limits_{x\to+\infty}F(x)$.

5)- ضع جدول تغيرات F ، ثم أرسم المنحنى (C_F) .

abouzakariya@yahoo.fr