الثانية بكالوريا: مسالك العلوم	**المتتاليات العددية**	فضاء الرياضيات بالثانوي
www.riyadiyat.net	سلسلة تمارين رقم:1	الأستاذ : محمد إعلو

تمرين01

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 = 2$ و $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{5u_n - 1}{u_n + 3}$.

نضع: $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \dfrac{1}{u_n - 1}$.

1)- أحسب u_1 و v_0.

2)- بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 1$.

3)-برهن أن المتتالية (v_n) حسابية محددا أساسها.

4)-حدد v_n ثم u_n بدلالة n، و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين02

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 = 1$ و $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{u_n + 2}{u_n}$.

نضع: $\forall n \in \mathbb{N}, v_n = \dfrac{u_n - 2}{u_n + 1}$.

1)- بين أن (v_n) هندسية محددا أساسها وحدها الأول

2)- حدد v_n ثم u_n بدلالة n، و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين03

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 = 2$ و $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \sqrt{\dfrac{1}{2}u_n^2 + 1}$.

1)- أحسب u_1 و u_2.

2)- لتكن (v_n) المتتالية العددية المعرفة بما يلي:

$\forall n \in \mathbb{N}, v_n = u_n^2 - 2$.

أ- بين أن (v_n) هندسية محددا أساسها وحدها الأول.

ب- استنتج u_n بدلالة n، و احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين04

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 \in \left]-1,0\right[$ و $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{u_n}{\sqrt{2 + u_n}}$.

1)- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}, -1 < u_n < 0$.

2)- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} \geq \dfrac{u_n}{\sqrt{2 + u_0}}$.

3)-أ- استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq \dfrac{u_0}{\left(\sqrt{2 + u_0}\right)^n}$.

ب- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين05

نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بحدها الأول

$u_0 = 2$ والعلاقة $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{1}{2}\left(u_n + \dfrac{2}{u_n}\right)$.

1)-أ- أحسب : u_1 و u_2.

ب- بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \geq \sqrt{2}$.

2)-أ-بين أن المتتالية $(u_n)_n$ تناقصية قطعا .

ب-استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}, u_n \leq 2$.

3)-أ- أثبت المتساوية التالية:

$\forall n \in IN, u_{n+1} - \sqrt{2} = \dfrac{1}{2}\left(1 - \dfrac{\sqrt{2}}{u_n}\right)\left(u_n - \sqrt{2}\right)$.

ب-استنتج المتفاوتات التالية:

$\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_{n+1} - \sqrt{2} \leq \dfrac{1}{2}\left(u_n - \sqrt{2}\right)$.

$\forall n \in \mathbb{N}, 0 \leq u_n - \sqrt{2} \leq \dfrac{1}{2^n}\left(u_0 - \sqrt{2}\right)$

ج- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

تمرين06

لتكن المتتالية العددية $(u_n)_n$ المعرفة بحدها الأول

$u_0 = 1$ والعلاقة: $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} = \dfrac{u_n}{2 + u_n^2}$.

1) - بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n > 0$

2) - أ - أثبت أن : $\forall n \in \mathbb{N}, \dfrac{u_n}{u_{n+1}} > 1$.

ب - استنتج رتابة المتتالية $(u_n)_n$.

3) - أ – بين أن $\forall n \in \mathbb{N}, u_{n+1} < \dfrac{1}{2}u_n$.

ب –بين أن : $\forall n \in \mathbb{N}, u_n < \dfrac{1}{2^n}$، احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$

تمرين07

نعتبر المتتالية العددية (u_n) المعرفة بما يلي:

$u_0 = 1$ و $u_{n+1} = \dfrac{u_n^3}{1 + 3u_n^2}$.

1) - بين أن المتتالية (u_n) تناقصية.

2)-أ- بين أن $u_{n+1} \leq \dfrac{1}{3}u_n$ ، لكل n من $\mathbb{N}$.

ب- استنتج أن $u_n \leq \left(\dfrac{1}{3}\right)^n$ ، لكل n من $\mathbb{N}$.

ج- احسب $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.