Lycée Med Ben Hassan El ouazzani Khemisset	Année scolaire 2018/2019	
	Mathématiques	Ali Cherif
Niveau : 2éme Bac Sm Bac Int	Date : 24/12/2018	Durée : 2 heures
	Contrôle N° 3 1er semestre	

Exercice 1 : 5pts

Calculer les limites suivantes :

0,5pt / lim

1) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{\ln\left(x^2-x+1\right)}{2x+1}$; 2) $\lim\limits_{x\to0^+} \sqrt[3]{x}.\ln^2(x)$; 3) $\lim\limits_{x\to-\infty} x.\ln\left(\dfrac{x-1}{x+1}\right)$

4) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln^2(x)-\ln(x)}{1+2\ln(x)}$; 5) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{\ln\left(x+1+\sqrt{x^2+1}\right)}{2x}$

6) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^3-e^{2x+1}\right)$; 7) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{e^{x^2-x}}{2x+1}$; 8) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(\dfrac{e^x-x}{2e^x+3}\right)$

9) $\lim\limits_{x\to-\infty}\left(2x^2-x+1\right)e^{x+1}$; 10) $\lim\limits_{x\to+\infty}\left(x^2-1\right).\left(e^{\frac{1}{x-1}}-1\right)$

Exercice 2 : 2,5pts

1) Donner le plus petit entier naturel vérifiant l'inégalité proposé :

1,5pt $45\left(1+\dfrac{5}{100}\right)^n \geq 2$; 2) $1-\left(\dfrac{4}{5}\right)^n \geq 0,97$; 3) $3-\left(\dfrac{7}{5}\right)^n \leq 0$

2) Soit (u_n) une suite numérique et α un réel .

1pt Sachant que : $(\forall n\in IN)$: $|u_n-\alpha| \leq \left(\dfrac{2}{3}\right)^n$

Déterminer les entiers naturels n tels que $|u_n-\alpha| \leq 10^{-6}$

Exercice 3 : 2,5pts

Soit f la fonction définie sur l'intervalle $]-1;+\infty[$ par :

$$f(x)=\frac{x^2-2x}{(x+1)^2}$$

1,5pt 1) Déterminer les réels a ; b et c tels que :

$$(\forall x\in]-1;+\infty[) : f(x)=a+\frac{b}{x+1}+\frac{c}{(x+1)^2}$$

1pt 2) Déduire la primitive F sur I de la fonction f tel $F(2)=1$

Exercice 4 :10pts

Pour tout $n \in IN^*$, On considère la fonction f_n définie sur IR par :

$$\begin{cases} f_n(x) = x.(1-\ln(x))^n \ ; \ si \ x \succ 0 \\ f_n(0) = 0 \end{cases}$$

Soit (C_n) la courbe représentative de f_n dan un R.O.N $(O;\vec{i};\vec{j})$.

Partie I :

0,5pt 1)a – Montrer que f_n est continue à droite de 0.

0,5pt b – Etudier la dérivabilité de f_n à droite de 0.

1pt c – Calculer selon la parité de n $\lim\limits_{x\to+\infty} f_n(x)$ et $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{f_n(x)}{x}$.

1pt d – Etudier selon la parité de n les variations de f_n .

1pt 2)a – Etudier la position relative de (C_1) et (C_2).

1pt b – Construire (C_1) et (C_2).

Partie II :

Soit F_n la primitive de f_n sur IR^+ tel que $F_n(1) = 0$;

on pose $u_n = F_n(e)$

1pt 1) Montrer que $(\forall n \in IN^*)$: $u_n \geq 0$

0,5pt 2) Etudier le signe de $f_{n+1}(x) - f_n(x)$ sur l'intervalle $[1;e]$.

0,5pt 3) Montrer que la suite (u_n) est décroiassante .

0,5pt 4)En déduire que la suite (u_n) est convergente .

0,5pt 5) Montrer que $(\forall n \in IN^*)$: $u_{n+1} = -\dfrac{1}{2} + \dfrac{n+1}{2} u_n$

1pt 6) Montrer que $(\forall n \in IN^*)$: $\dfrac{1}{n+1} \leq u_n \leq \dfrac{1}{n-1}$.

1pt 7)Calculer $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$ et $\lim\limits_{n\to+\infty} n.u_n$