

التمرين الأول: (07 نقطة)

1- اكتب العبارتين التاليتين باستعمال الرموز المنطقية ثم حدد نفي كل واحدة منهما:

(P₁) : مربع أي عدد حقيقي هو أكبر من أو يساوي -1

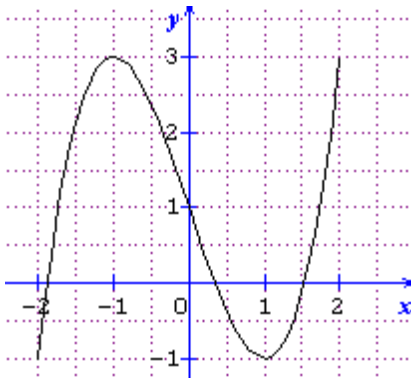
(P₂) : لكل عدد صحيح طبيعي n يوجد عدد صحيح طبيعي m بحيث n = 2m

2- بين أن: $\forall (x, y) \in \mathbb{R}^2. xy \neq 1 \text{ و } x \neq y \Rightarrow \frac{x}{x^2 + x + 1} \neq \frac{y}{y^2 + y + 1}$

3- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R}^+ : [x \neq 0] \Leftrightarrow \left[\sqrt{x+1} \neq 1 + \frac{x}{2} \right]$

4- بين أن $\forall n \in \mathbb{N}^* : 1^3 + 2^3 + 3^3 + \dots + n^3 = \frac{n^2(n+1)^2}{4}$

5- بين أن $\forall n \in \mathbb{N} : n(n^2 + 5)$ زوجي



التمرين الثاني: (06.5 نقطة)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على المجال [-2; 2] بمنحناها (انظر الشكل)

1- اعط جدول تغيرات الدالة f

2- حدد مطاريف الدالة f و عدد حلول المعادلة f(x) = 1

3- حدد إشارة f(x) على المجال [-1; 2]

4- حدد مبيانيا f([-1; 2]) و f([0; 1]) و f([-1; 0])

التمرين الثالث: (06.5 نقطة)

لتكن f الدالة العددية المعرفة على \mathbb{R} بمائلي: $f(x) = \frac{x}{x^2 + x + 1}$

1- بين أن: $\forall x \in \mathbb{R} ; -1 \leq f(x) \leq \frac{1}{3}$

2- (أ) بين أنه لكل عددين مختلفين x و y لدينا: $\frac{f(x) - f(y)}{x - y} = \frac{1 - xy}{(1 + x + x^2)(1 + y + y^2)}$

(ب) استنتج تغيرات f على كل من المجالين [1; +∞[و [-1; 1]

3- لتكن الدالتين العدديتين g و h المعرفتين كالتالي: $g(x) = \sqrt{x+1}$ و $h(x) = \frac{|x+1|}{\sqrt{x^2+x+1}}$

(أ) حدد تغيرات g على مجموعة تعريفها ومثلها مبيانيا في معلم متعامد ممنظم

(ب) تحقق أنه لكل x من \mathbb{R} لدينا: $h(x) = g \circ f(x)$ واستنتج تغيرات الدالة h على كل من المجالين

[1; +∞[و [-1; 1]