

❖ مسألة:

← تتكن f الدالة المعرفة على $D = [0;1[\cup]1;+\infty[$ بما يلي :

$$. (\forall x \in]0;1[\cup]1;+\infty[); f(x) = x + 1 - \frac{1}{\ln x} \text{ و } f(0) = 1$$

(1)- أحسب $\lim_{x \rightarrow 1^+} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow 1^-} f(x)$ ، ماذا تستنتج ؟

(2)- أ- بين أن الدالة f متصلة على اليمين في الصفر .

ب- بين أن : $\lim_{x \rightarrow 0^+} \frac{f(x) - 1}{x} = +\infty$ ، هل f قابلة للاشتقاق على اليمين في الصفر ؟

(3)- أ- أحسب النهاية : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$.

ب- بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) - (x + 1) = 0$ ، ثم استنتج أن المنحنى (C_f) يقبل مجوار $+\infty$ مقاربا

مائلا (Δ) ينبغي تحديده .

(4)- أ- حل في D_f المعادلة : $f(x) = x$ (E) .

ب- ضع جدولا تحدد فيه إشارة $f(x) - x$ على D_f .

(5)- بين أن : $f'(x) = 1 + \frac{1}{x(\ln x)^2}$ ، ثم ضع جدول تغيرات f .

(6)- بين أن : $f''(x) = -\frac{2 + \ln x}{x^2(\ln x)^3}$ ، ثم أدرس تقعر المنحنى (C_f)

و أحسب أفصول نقطة نقطة إنعطافه .

(7)- أ- بين المنحنى (C_f) يقطع المحور (Ox) في نقطة وحيدة أفصولها α يحقق : $\frac{5}{4} < \alpha < \frac{3}{2}$.

ب- بين أن : $f'(\alpha) = \frac{\alpha^2 + 3\alpha + 1}{\alpha}$.

(8)- أرسم المنحنى (C_f) في معلم متعامد و ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(9)- تتكن g قصور الدالة f على المجال $I =]1;+\infty[$.

أ- بين أن g تقبل دالة عكسية g^{-1} معرفة على \mathbb{R} .

ب- أرسم المنحنى $(C_{g^{-1}})$ في المعلم $(O; \vec{i}; \vec{j})$.

(10)- تتكن $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المتتالية المعرفة بما يلي :

$$. (\forall n \in \mathbb{N}); u_{n+1} = g(u_n) \text{ و } u_0 = 3$$

أ- بين بالترجع أن : $e \leq u_n \leq 3$: $(\forall n \in \mathbb{N})$.

ب- أدرس رقابة المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ ، ثم استنتج أنها متقاربة .

ج- أحسب نهاية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$.