

## التمرين الأول

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة بما يلي:

$$f(x) = x - 1 + \sqrt[3]{x^3 + 1}$$

(1) أ- تحقق أن مجموعة تعريف الدالة  $f$  هي:  $D = [-1; +\infty[$

ب- احسب النهاية  
 $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$

(2) أ- بين أن الدالة  $f$  متصلة على  $D$

ب- تحقق أن لكل  $a$  و  $b$  من  $D$ :  $a < b \Rightarrow f(a) < f(b)$

ج- استنتج أن  $f$  تقبل دالة عكسية  $f^{-1}$ .

(3) أ- بين أنه يوجد عدد حقيقي وحيد  $\alpha$  بحيث:  $\sqrt[3]{1 + \alpha^3} = 1 - \alpha$  وأن  $-1 < \alpha < 1$

ب- احسب:  $f^{-1}(0)$  و  $f^{-1}(1)$  و  $f^{-1}(-1)$ .

## التمرين الثاني

نعتبر الدالة العددية  $f$  المعرفة على  $[0, \pi]$  بما يلي:

$$f(x) = \frac{1}{2} \sin(x) - \sqrt{\sin(x)} + 1$$

(1) ادرس قابلية اشتقاق في النقطة 0 على اليمين وفي النقطة  $\pi$  على اليسار.

(2) احسب  $f'(x)$  من أجل  $x \in ]0, \pi[$ .

(3) بين أن

$$\forall x \in [0, \pi] \quad \frac{1}{2} \leq f(x) \leq 1$$

## التمرين الثالث

حدد العددين الحقيقيين  $a$  و  $b$  بحيث تكون الدالة المعرفة بما يلي:

$$f(x) = \begin{cases} 3x^2 + x + a, & x \geq 0 \\ bx + 2, & x < 0 \end{cases}$$

قابلة للاشتقاق في 0.