

المستوى: الثانية علوم فيزيائية
مادة: الرياضيات
المعامل: 7

$\frac{1}{2}$

اختبار موحد



مدة الإنجاز: ثلاث ساعات

دورة فبراير 2012

التمرين 1 (5.5 نقط)

السلم

(1) حل في المجموعة \mathbb{C} المعادلة $z^2 - 2\sqrt{3}z + 4 = 0$

0.5

(2) نضع $z_1 = \sqrt{3} + i$ و $z_2 = \sqrt{3} - i$ و $z_3 = 2\sqrt{3}$

أكتب على الشكل المثلي z_1 و z_2 ثم احسب العدد $\left(\frac{z_1}{2}\right)^{2016}$

1

(3) نعتبر في المستوى العقدي المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$ النقط

A و B و C التي ألقاها على التوالي هي Z_1 و Z_2 و Z_3

أ - مثل النقط A و B و C في المعلم $(O, \vec{e}_1, \vec{e}_2)$

0.75

ب - حدد الشكل المثلي للعدد $\frac{z_1 - z_3}{z_2 - z_3}$

0.5

ج - استنتج طبيعة المثلث ABC

0.25

(4) نعتبر في المستوى الدوران R الذي مركزه O وزاويته $\frac{-\pi}{2}$ والإزاحة t ذات المتجهة \overline{AC}

1

أ - أعط التمثيل العقدي لكل من الدوران R والإزاحة t

1

ب - بين أن B هي صورة النقطة O بالإزاحة t ثم استنتج طبيعة الرباعي $OACB$

ج - بين أن $d = 1 - i\sqrt{3}$ هي لحق النقطة D صورة النقطة A بالدوران R

0.5

التمرين 2 (5 نقط)

نعتبر المتتالية (U_n) المعرفة بما يلي

$$\begin{cases} U_0 = 1 + \sqrt{e^{-2}} \\ U_{n+1} = 1 + \sqrt{U_n - 1}; \forall n \in \mathbb{N} \end{cases}$$

0.5

(1) بين بالترجع أن $\forall n \in \mathbb{N}; 1 < U_n < 2$

0.5

(2) أ - بين أن المتتالية (U_n) متزايدة

ب - استنتج أن المتتالية (U_n) متزايدة

ج - استنتج أن المتتالية (U_n) متقاربة ثم حدد نهايتها

0.5

1.5

(3) نعتبر المتتالية (V_n) المعرفة بما يلي $(\forall n \in \mathbb{N}; V_n = \ln(U_n - 1))$

أ - تحقق أن $V_0 = -1$ ثم بين أن (V_n) هندسية أساسها $\frac{1}{2}$

1

ب - استنتج أن $\forall n \in \mathbb{N}; V_n = -\left(\frac{1}{2}\right)^n$

0.25

ج - احسب V_n بدلالة n و $\lim_{n \rightarrow +\infty} S_n$ حيث $S_n = \sum_{i=1}^n V_i$

0.75

مسألة: (9.5 نقط)

(1) لتكن g الدالة المعرفة على $]-1, +\infty[$ بما يلي : $g(x) = x - \ln(x+1)$

1) احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} g(x)$ 0.5

2) احسب $\lim_{\substack{x \rightarrow -1 \\ x > -1}} g(x)$ 0.5

(3) أ - بين أن $g'(x) = \frac{x}{x+1}$ لكل x من $]-1, +\infty[$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة g 1

ب - استنتج أن $\forall x \in]-1, +\infty[\quad g(x) \geq 0$ 0.5

(II) نعتبر الدالة f المعرفة على المجال \mathbb{R} بما يلي

$$\begin{cases} f(x) = \frac{x^2}{2} + x - (x+1)\ln(x+1); x > 0 \\ f(x) = xe^x; x \leq 0 \end{cases}$$

و ليكن C_f المنحنى الممثل لها في معلم متعامد ممنظم (O, \vec{i}, \vec{j})

(1) ادرس اتصال f في النقطة ذات الأفصول 0. 0.5

(2) أ - ادرس قابلية اشتقاق f على اليمين في النقطة ذات الأفصول $x_0 = 0$ 0.5

ب - ادرس قابلية اشتقاق f على اليسار في النقطة ذات الأفصول $x_0 = 0$ 0.5

(3) أ - بين أن $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x) = +\infty$ (يمكن التعميل ب $(x+1)^2$) 0.5

ب - احسب $\lim_{x \rightarrow +\infty} \frac{f(x)}{x}$ ثم أول مبيانيا النتيجة

(4) احسب $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ ثم أول هندسيا النتيجة 0.75

(5) بين أن $\begin{cases} \forall x > 0; f'(x) = g(x) \\ \forall x < 0; f'(x) = (x+1)e^x \end{cases}$ ثم ضع جدول تغيرات الدالة f 0.75

(6) أنشئ المنحنى C_f 1

(7) لتكن h قصور الدالة f على المجال $]-\infty, -1]$ 1

أ - بين أن الدالة h تقبل دالة عكسية معرفة على مجال J ينبغي تحديده .

ب - ضع جدول تغيرات الدالة h^{-1} 0.5

ج - أنشئ المنحنى C' الممثل للدالة h^{-1} في نفس المعلم السابق (O, \vec{i}, \vec{j}) 0.5

0.5