## I. قواعد أساسية لحساب النهايات

| الخارج | الجداء | الجمع |
|---|---|---|
| $\frac{1}{0^+} = +\infty$<br>$\frac{1}{0^-} = -\infty$<br>$\frac{1}{\infty} = 0$<br>$\frac{0}{\infty} = 0$ | $a \times +\infty = +\infty \quad a > 0$<br>$a \times +\infty = -\infty \quad a < 0$<br>$a \times -\infty = +\infty \quad a < 0$<br>$\infty \times \infty = \infty$ | $+\infty + \infty = +\infty$<br>$-\infty - \infty = -\infty$<br>$a + \infty = +\infty$<br>$a - \infty = -\infty$ |
| $\frac{\infty}{\infty}$ FI<br>$\frac{0}{0}$ $FI$ | $0 \times (\pm\infty)$ $FI$ | $+\infty - \infty$ $FI$<br>$-\infty + \infty$ $FI$ |

## II. نهاية الدوال $x \to x^n \ (x \in \mathbb{N}^*)$ و $x \to \sqrt{x}$ مقلوباتها

$$\lim_{x\to 0} x^n = 0 \qquad \lim_{x\to 0^+} \sqrt{x} = 0$$

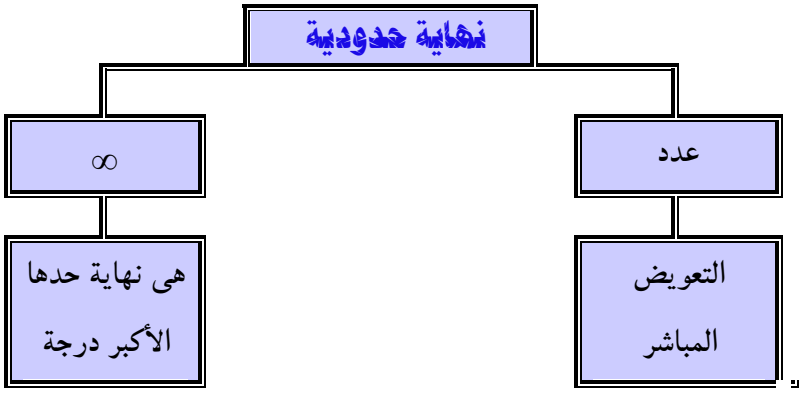
$$\lim_{x\to -\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \qquad \lim_{x\to +\infty} \sqrt{x} = +\infty$$

$$\lim_{x\to +\infty} \frac{1}{x^n} = 0 \qquad \lim_{x\to +\infty} \frac{1}{\sqrt{x}} = 0$$

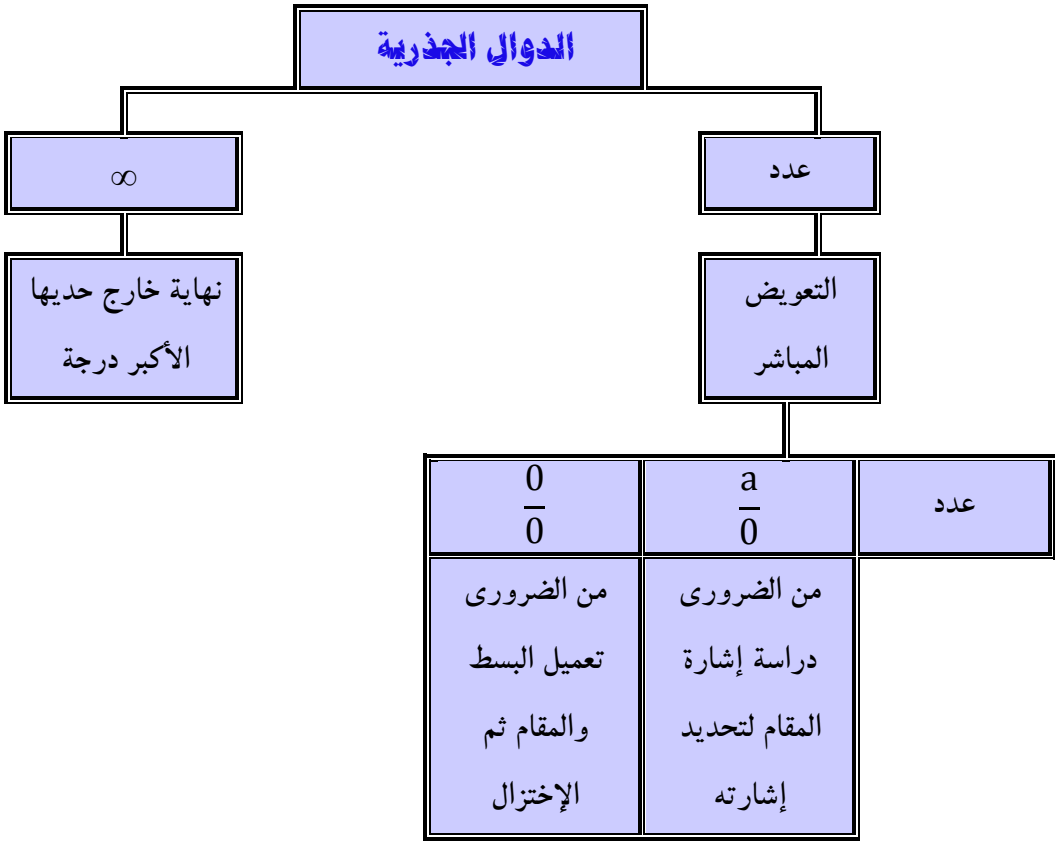
| إذا كان $n$ عددا زوجيا | إذا كان $n$ عددا فرديا |
|---|---|
| $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$ | $\lim\limits_{x\to+\infty} x^n = +\infty$ |
| $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = +\infty$ | $\lim\limits_{x\to-\infty} x^n = -\infty$ |
| $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$ | $\lim\limits_{x\to0^+} \frac{1}{x^n} = +\infty$ |
| $\lim\limits_{x\to0^-} \frac{1}{x^n} = +\infty$ | $\lim\limits_{x\to0^-} \frac{1}{x^n} = -\infty$ |

## III. طرق حساب النهايات

### 1. الدوال الحدودية




### 2. الدوال الجذرية




### 3. الدوال لا جذرية

بالنسبة للدوال لاجذرية توجد 3 حالات مختلفة وهي

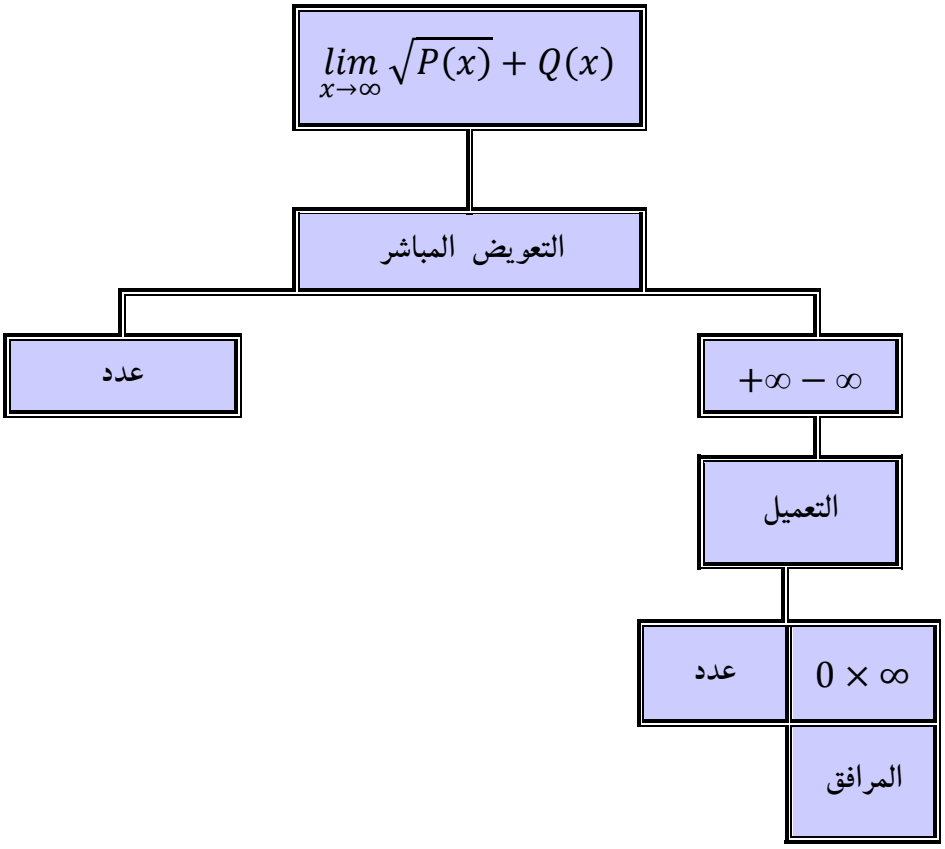
$\lim_{x\to\infty} \frac{f(x)}{g(x)}$ $\lim_{x\to x_0} \frac{f(x)}{g(x)}$ $\lim_{x\to\infty} \sqrt{P(x)} + Q(x)$

**الحالة 1**

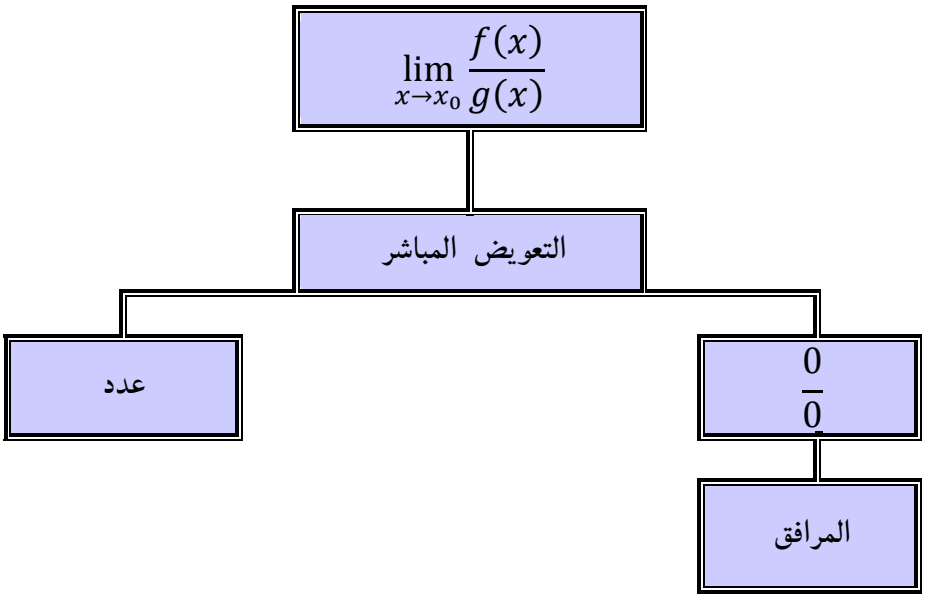
$$\lim_{x\to\infty}\frac{f(x)}{g(x)}$$

نعمل بأصغر الحدين $\begin{cases} f \text{ نحدد أكبر حد للدالة} \\ g \text{ نحدد أكبر حد للدالة} \end{cases}$

**الحالة 2**




**الحالة 3**



**نهايات الدوال من نوع** $x \to \sqrt{u(x)}$

| $\lim\limits_{x \to x_0} \sqrt{u(x)}$ | $\lim\limits_{x \to x_0} u(x)$ |
|---|---|
| $\sqrt{l}$ | $l \geq 0$ |
| $+\infty$ | $+\infty$ |

**نهايات الدوال المثلثية**

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin(x)}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{tan(x)}{x} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{1 - cos\, x}{x^2} = \frac{1}{2}$$

$$\lim_{x \to 0} \frac{sin(ax)}{ax} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{tan(ax)}{ax} = 1 \qquad \lim_{x \to 0} \frac{1 - cos(ax)}{(ax)^2} = \frac{1}{2}$$

**النهايات والترتيب**

$$\left.\begin{array}{c} u(x) \leq f(x) \leq v(x) \\ \lim\limits_{x \to x_0} u(x) = l \\ \lim\limits_{x \to x_0} v(x) = l \end{array}\right\} \Longrightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = l$$

$$\left.\begin{array}{c} |f(x) - l| \leq v(x) \\ \lim\limits_{x \to x_0} v(x) = 0 \end{array}\right\} \Longrightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = l$$

$$\left.\begin{array}{c} f(x) \leq v(x) \\ \lim\limits_{x \to x_0} v(x) = -\infty \end{array}\right\} \Longrightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = -\infty$$

$$\left.\begin{array}{c} u(x) \leq f(x) \\ \lim\limits_{x \to x_0} u(x) = +\infty \end{array}\right\} \Longrightarrow \lim_{x \to x_0} f(x) = +\infty$$