ملخص درس الاحتمالات من اقتراح الأستاذ عمر أبضار (2 باك ع. ت.)

قبل الشروع في حل أي تمرين يتعلق بدرس الاحتمالات يستحسن اتباع الخطوات التالية:

1) رسم صندوق يضم الكرات مع تحديد العدد حسب اللون أو حسب الرقم.

2) تحديد n العدد الإجمالي للكرات.

3) تحديد p عدد الكرات المسحوبة.

4) تحديد نوعية السحب.

يلخص الجدول التالي عدد الإمكانيات سحب p كرة من بين n .

نوع السحب	تآنيا (في آن واحد)	بالتتابع وبدون إحلال	بالتتابع وبإحلال
التسمية	تأليفة	ترتيبة بدون تكرار	ترتيبة بتكرار
الترتيب	غير مهم	مهم	
الشرط $p \le n$	ضروري		غير ضروري
عدد الإمكانيات	$C_n^p = \frac{n!}{p!(n-p)!} = \frac{A_n^p}{p!}$	$A_n^p = \frac{n!}{(n-p)!}$	n^p

معامل الترتيب

عدد الصنف الأول : a

عدد الصنف الثاني : b

عدد الصنف الثالث : c

معامل الترتيب $\frac{(a+b+c)!}{a!b!c!}$

مثال: معامل الترتيب في حالة سحب BBR هو $\frac{(2+1)!}{2!1!} = \frac{6}{2} = 3$

احتمال حدث	الحدث والحدث المضاد	احتمال اتحاد حدثين
$P(A) = \frac{\text{Card}(A)}{\text{Card}(\Omega)}$	$P(A) + P(\overline{A}) = 1$	$P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B)$

استقلالية حدثين	الاحتمال الشرطي
A و B مستقلين يعني $P(A \cap B) = P(A).P(B)$	احتمال الحدث B علما أن الحدث A محقق هو $P_A(B) = \frac{P(A \cap B)}{P(A)}$

القانون الحداني (تكرار تجربة)

ليكن A حدثا احتماله $P(A)$ في تجربة عشوائية.

عند تكرار نفس التجربة n مرة فإن احتمال ظهور (وقوع) الحدث A ، k مرة بالضبط هو $C_n^k (P(A))^k (1-P(A))^{n-k}$.

المتغيرات العشوائية

متغير عشوائي X : دالة تربط كل سحبة بعدد x_i

قيم المتغير العشوائي X نكتبها على الشكل التالي: $X(\Omega) = \{x_1; x_2; ...; x_k\}$

قانون احتمال X

حساب جميع الاحتمالات $P(X = x_i)$

ويستحسن تجميع تلك الاحتمالات في الجدول التالي:

x_i	x_1	x_2	....	x_k
$P(X = x_i)$	P_1	P_2	....	P_k

للتأكد يجب التحقق من المتساوية :

$P_1 + P_2 + ... + P_k = 1$

الأمل الرياضي $E(X)$

$E(X) = x_1 \times P_1 + x_2 \times P_2 + ... + x_k \times P_k$

المغايرة $V(X)$

$V(X) = E(X^2) - (E(X))^2 = x_1^2 \times P_1 + x_2^2 \times P_2 + ... + x_k^2 \times P_k - (E(X))^2$

الانحراف الطرازي $\sigma(X)$

$\sigma(X) = \sqrt{V(X)}$

تمرين شامل في الاحتمالات من اقتراح الأستاذ عمر أبضار (2 باك ع. ت.)

ملحوظة: ينصح أن ينجز هذا التمرين داخل القسم على شكل مجموعات في مدة لا تقل عن ساعتين حيث كل مجموعة تنجز التمرين بالاقتصار على نوع واحد من السحب (تآنيا – بالتتابع وبدون إحلال – بالتتابع وبإحلال)

المعطيات

يحتوي صندوق على ما يلي:

خمس كرات حمراء تحمل الأرقام : -1 ; 0 ; 1 ; 1 ; 2	ثلاث كرات خضراء تحمل الأرقام: 0 ; -1 ; 2
أربع كرات سوداء تحمل الأرقام: 1 ; 1 ; 1 ; 2	كراتان بيضاوين تحملان الرقمين: 0 ; 1

نسحب عشوائيا ثلاث كرات من الصندوق (جميع الكرات لا يمكن التمييز بينها باللمس).

نعتبر الأحداث التالية:

الألوان	الأرقام
A : «سحب ثلاث كرات من نفس اللون»	N : «سحب ثلاث كرات تحمل نفس الرقم»
B : «سحب ثلاث كرات خضراء»	O : «سحب ثلاث كرات تحمل أرقاما مختلفة»
C : «سحب ثلاث كرات سوداء»	P : «سحب ثلاث كرات تحمل أرقاما مختلفة مثنى مثنى»
D : «سحب كرة حمراء واحدة بالضبط»	Q : «سحب ثلاث كرات لا تحمل الرقم 1»
E : «سحب كرة خضراء وكرتين سوداوين »	R : «سحب ثلاث كرات جداء الأرقام المسجلة عليها منعدم»
F : «سحب كرتين خضراوين على الأقل»	S : «سحب ثلاث كرات مجموع الأرقام المسجلة عليها منعدم»
G : «سحب كرة سوداء وكرتين بيضاوين »	
H : «سحب كرة بيضاء على الأقل»	
I : «سحب كرة بيضاء وكرة حمراء وكرة خضراء»	
J : «سحب كرتين سوداوين على الأكثر»	
K : «سحب ثلاث كرات مختلفة اللون مثنى مثنى»	
L : «سحب ثلاث كرات مختلفة اللون»	
M : «سحب كرة واحدة سوداء فقط»	

المطلوب

أجب عن أسئلة الجزأين التاليين في كل حالة من حالات السحب الاعتيادية (تآنيا – بالتتابع وبدون إحلال – بالتتابع وبإحلال)

الجزء الأول:

1)– احسب احتمال كل حدث من الأحداث السابقة.

2)– احسب احتمال الحدث C علما أن الحدث N محقق.

3)– احسب احتمال الحدث $R \cup Q$.

4)– نعيد التجربة أربع مرات.

حدد احتمال الحصول على النتيجة A ثلاث مرات بالضبط.

الجزء الثاني:

نعتبر المتغيرات العشوائية التالية:

X المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات الخضراء المسحوبة.

Y المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بعدد الكرات البيضاء المتبقية في الصندوق.

Z المتغير العشوائي الذي يربط كل سحبة بمجموع الأعداد المسجلة على الكرات المسحوبة.

حدد بالنسبة لكل متغير عشوائي ما يلي:

1)– القيم التي يأخذها المتغير العشوائي.

2)– قانون احتمال المتغير العشوائي.

3)– الأمل الرياضي للمتغير العشوائي.

4)– المغايرة للمتغير العشوائي.

5)– الانحراف الطرازي للمتغير العشوائي.