الأولى ثانوية وادي الذهب

سلسلة (1)

المنطق

2016_09_29

www.riyadiyat.net

التمرين الأول: حدد نفي العبارات التالية ثم ادرس صحتها

$P_1 : (\exists x \in \mathbb{R})(\forall y \in \mathbb{R}) : xy = x$

$P_2 : \forall (x,y,z) \in \mathbb{R}^3 \quad x+y+z=0 \Rightarrow x^3+y^3+z^3 = 3xyz$

$P_3 : \forall x \in]0,1[: \frac{2x}{x^2(1-x^2)} < 1$.

التمرين الثاني: بين ما يلي:

1) $(\forall x \in \mathbb{R}^+)\ \forall y \in [2,+\infty[$.

$(x \neq 8 \text{ و } y \neq 6) \Rightarrow 3\sqrt{x+1} + 2\sqrt{y-2} \neq \frac{x+y}{2} + 6$

2) لكل a و b من $\mathbb{N}$.

$0 < \frac{a}{b+1} < \sqrt{3} \Rightarrow (b+1)^2 \geq \frac{a^2+1}{3}$.

3) المعادلة $x^3 + x + 1 = 0$ تقبل حلا وحيدا α ينتمي إلى $]-1,0[$.

4) $(\forall n \in \mathbb{N}^*) : \sqrt{n(n+1)+1} \notin \mathbb{N}$.

5) $(\forall a \in \mathbb{R})\ (\forall b \in \mathbb{R})$:

$$\frac{a^2+b^2}{2} = a+b-1 \Leftrightarrow a=b=1.$$

التمرين الثالث: بين أن:

$(\forall n \in \mathbb{N}^*) \quad 1^2+2^2+\cdots+n^2 = \frac{n(n+1)(2n+1)}{6}$

$(\forall n \in \mathbb{N}) \quad 5^{n+1} + 3^n$ عدد زوجي

$\forall n \in \mathbb{N}^* - \{1,2,3,4\} \; ; \; 3^n \geq 2^n + 5n^2$.

التمرين الرابع: حل في $\mathbb{R}$ المعادلات والمتراجحات التالية:

① $\sqrt{x-2} = 1-2x$; ② $\sqrt{x^2+1} = x-4$; ③ $\sqrt{3x-2} \leq 3$

④ $\sqrt{2x+3} - \sqrt{x-2} = 2$; ⑤ $\sqrt{2x+1} - \sqrt{x+8} > 3$.